Corrigés de **géométrie (CM2)**

Ces corrigés sont conçus de sorte que, si nécessaire, les ***élèves rapides puissent se corriger eux-mêmes****.*

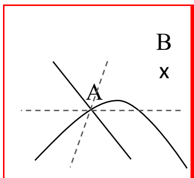
Pour ***accéder directement au chapitre concerné, cliquez*** *sur la 1ère case du chapitre qui correspond.*

Ch	a	b	c	d
1	Point, droite, demi-droite, segment	Mesurer et reproduire un segment	Lignes droites / brisées / courbes ; ouvertes / fermées	Lignes horizontales, verticales, obliques
2	Angles droits, plats, obtus, aigus	Angles opposés / adjacents ; angles compléments	La valeur des angles	Angles saillants / rentrants ; angles suppléments
3	Mesurer un angle	Tracer un angle	Reproduire un angle avec un compas	La bissectrice d'un angle
4	Droites sécantes / perpendiculaires / parallèles	La distance d'un point à une droite	Tracer des droites parallèles	Tracer la médiatrice d'un segment
5	Tracer avec un compas une droite perpendiculaire	Tracer avec un compas deux droites parallèles	Tracer une droite parallèle passant par un point	Découper un segment en parties égales
6	Symétrie axiale : identifier des points symétriques	Symétrie axiale : reproduire sur un quadrillage	La symétrie centrale	Symétrie axiale : reproduire sans quadrillage
7	La translation	Translation avec vecteur	Rotation sur quadrillage	Rotation sans quadrillage
8	Les polygones	Polygones réguliers / irréguliers / quelconques	Les quadrilatères	Les 3 dimensions en géométrie
9	Propriétés du carré ; construire un carré	Périmètre et aire du carré	Le cube (propriétés, aire) ; construire un cube	Calculer le volume d'un cube
10	Propriétés du rectangle ; construire un rectangle	Périmètre et aire du rectangle	Le pavé (propriétés, aire) ; construire un pavé	Calculer le volume d'un pavé
11	Découper des carreaux dans une surface	Découper des rectangles dans une surface	Découpages complexes	Placer des cubes ou des pavés dans un volume
12	Surfaces diminuées par 2 bandes	Surfaces diminuées par plusieurs bandes	Cas de figure complexes	Volumes diminués
13	Identifier et tracer des triangles	Hauteurs et médianes d'un triangle	Angles et périmètre d'un triangle	Surface d'un triangle
14	Propriétés du parallélo-gramme et du losange	Angles, hauteurs, médianes du parallélog. et du losange	Surface du parallélogramme	Surface du losange
15	Trapèzes isocèles, rectangles, quelconques	Angles et hauteur du trapèze	Surface du trapèze	Problèmes complexes avec trapèzes
16	Le cercle : rayon, diamètre	Calculer le périmètre d'un cercle	Calculer la surface d'un disque	Calculer la surface d'une couronne
17	Angle au centre, arc, corde, quadrant ; calculer un arc	Calculer la surface d'un secteur	Diviser un arc ou un cercle au compas	Cercle et polygones
18	Construire un carré et un octogone dans un cercle	Construire un hexagone et un triangle équilatéral	Construire un polygone à 5, 10, 9, 12 sommets	Construire un polygone étoilé
19	Surface d'un polygone quelconque : soustraire	Surface d'un polygone quelconque : morceler	Surface d'une figure complexe	Surfaces complexes
20	Calculer la surface d'un prisme droit et d'un cylindre	Calculer le volume d'un prisme droit et d'un cylindre	Calculer une dimension d'un prisme droit ou cylindre	Volumes droits aux bases complexes

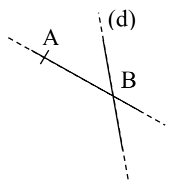
1- Les lignes, points, droites et segments

. **Point** : **croisement** de 2 lignes
. **Droite** : ligne droite illimitée (AB)
. **Demi-droite** : a un **début** mais pas de fin [AB)
. **Segment** : morceau de droite ; **début** et **fin** [AB]

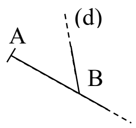
1a



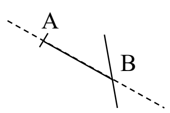
. Un **POINT** correspond à une **intersection** (un croisement) entre 2 lignes
(mais une infinité d'autres lignes peuvent passer par ce point).
On le représente par une ***petite croix****, et on le nomme toujours au moyen d'une lettre* ***majuscule****.*
Ex : Le point A correspond à l'intersection de 2 lignes ; isolé, le point B est représenté par une croix.



. Une ligne **DROITE** est **le plus court chemin entre 2 points** : sa trajectoire ne change pas.
Elle n'a ni début ni fin : on ne peut la mesurer. Par 2 points, on ne peut faire passer qu'une droite.
On la nomme toujours entre ***parenthèses****, soit par une* ***minuscule****, soit par* ***2 points*** *placés dessus.*
Ex : La ligne passant par les points A et B est droite. Elle s'appelle (AB). L'autre s'appelle (d).

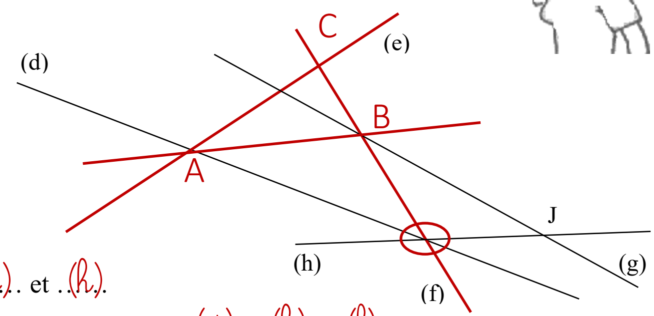


. Une **DEMI-DROITE** est **délimitée d'un seul côté** par un point (elle a un début, mais pas de fin).
Pour la désigner, on commence par un ***crochet*** *et on finit par une* ***parenthèse****.*
Ex : **[**AB**)** et **[**d**)** sont des demi-droites.



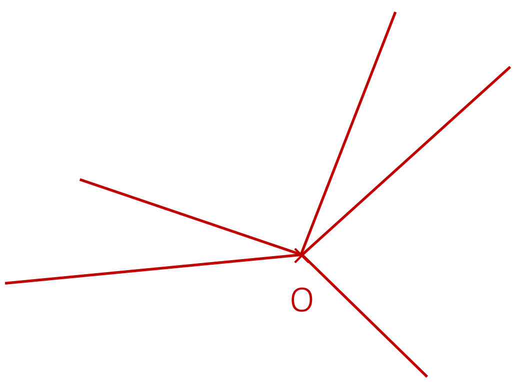
. Un **SEGMENT** de droite a un **début** et une **fin** : il est **limité par 2 points**. On peut donc le mesurer.
On le nomme par les noms des points ***entre crochets****.*
Ex : **[**AB**]** est un segment placé sur la droite **(**AB**)**.

1. Place ci-dessous les éléments demandés :

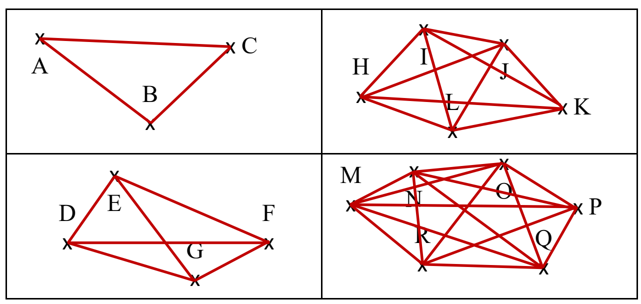


. le point **A** à l'intersection des droites (**d**) et (**e**)
. le point **B** à l'intersection des droites (**f**) et (**g**)
. le point **C** à l'intersection des droites (**e**) et (**f**)
. **Trace** les droites (**AB**), (**AC**) et (**BC**). Que remarques-tu ?
Complète : le point **J** correspond à l'intersection des droites .(g).. et .(h).
Entoure le point qui correspond à l'intersection de 3 droites et nomme celles-ci : .(d)., ..(h). et .(f)..
Les droites (AC) et BC) se confondent avec les droites (e) et (f) car leurs points sont communs à ces droites.

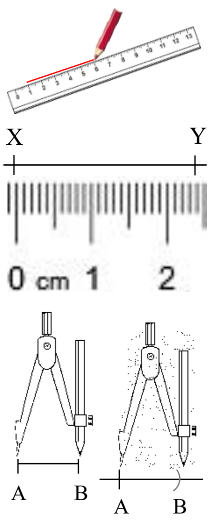
2. Place un **<u>point O</u>**, **puis trace** **<u>5 demi-droites</u>** **partant chacune de ce point.**

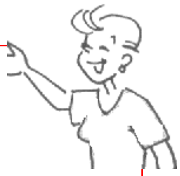


3. Dans chaque case, **<u>joins</u>** **les points de toutes les façons possibles, puis indique pour chacune le** **<u>nombre</u>** **de segments obtenus.**



4. Trace ci-dessous une droite (d) ; place dessus 5 points : A, B, C, D et E, puis nomme les 10 segments que tu as ainsi obtenus : [AB], [AC], [AD], [AE], [BC], [BD], [BE], [CD], [CE], [DE]................



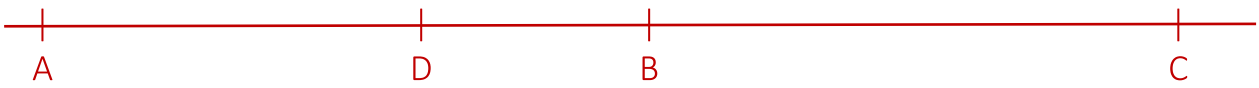


Pour tracer une droite, une demi-droite ou un segment, on utilise toujours une **règle**.
Sur une droite, on peut reproduire un segment en le délimitant de 2 manières :

. On peut **mesurer** le segment d'origine puis reporter cette mesure en utilisant la graduation de la **REGLE**. Les intervalles les plus rapprochés sont des **millimètres** (mm). Les intervalles chiffrés sont les **centimètres** (cm). Chaque centimètre comprend 10 millimètres.
Ex : Le segment [XY] mesure 2 cm et 4 mm.

. On peut utiliser son **COMPAS** en plaçant la pointe sur un point, et en l'écartant à la mesure du segment. En conservant le même écartement, on place la pointe sur le premier point du nouveau segment, et on trace un petit arc de cercle sur la demi-droite.
Ex : Le crayon du compas me sert à reproduire le point B du segment [AB].

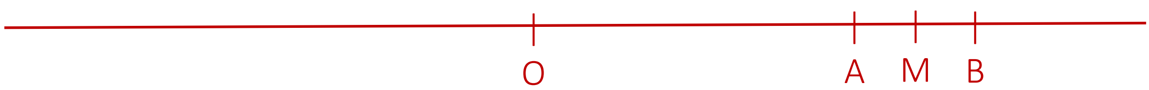
5. Trace une droite et place dessus un segment [AB] de 8 cm, un segment [BC] de 7 cm, et un segment [AD] de 5 cm.
. Comment se nomme le segment égal à la somme des deux premiers ? [AC] Combien mesure-t-il ? 15 cm.
. Nomme le second segment obtenu entre A et B : [DB]. Combien mesure-t-il ? 3 cm
. Retrouve cette mesure par le calcul : 8 cm – 5 cm = 3 cm



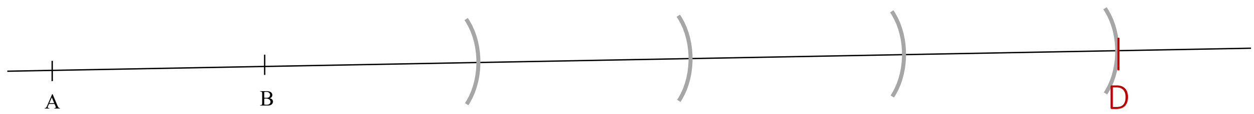
1b

6. Mesure le segment [AB], puis place un point C à la moitié de ce segment. Nomme les nouveaux segments ainsi obtenus : [AC] et [CB] Combien chacun mesure-t-il ? 2 cm
. Sur la même droite, place un point D de sorte que le segment [AD] soit le triple du segment [AB]. Combien le segment [AD] doit-il mesurer ? 12 cm Combien le segment [BD] mesure-t-il ? 8 cm et le segment [CD] ? 10 cm

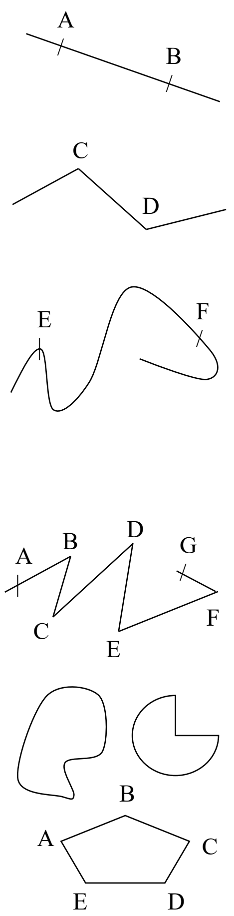
7. Trace ci-dessous une droite, et place dessus un point O. A droite de O, place les points A et B tels que [OA] = 4 cm 2 mm et [OB] = 5 cm 8 mm.
. Mesure la longueur du segment [AB], puis retrouve-la par le calcul : 58 mm – 42 mm = 16 mm
. Au milieu de [AB], place un point M. Quelle est la longueur de [OM] ? 5 cm
. Compare cette longueur à la somme des segments [OA] et [OB] : 42 mm + 58 mm = 100 mm = 10 cm
C'est le double de [OM]



8. Sur cette ligne, au moyen de ton compas uniquement, place un point D tel que [AD] soit 5 fois plus long que [AB] (laisse tes traits de construction, c'est-à-dire : ne gomme pas les étapes intermédiaires).



Lignes
droite : tous les points sont alignés
brisée : suite de segments non alignés
courbe : de forme arrondie



On distingue plusieurs types de lignes :

. Une ligne **DROITE** est le plus court chemin entre **deux points** : sa trajectoire ne change pas.

Ex : La ligne passant par les points A et B est droite. Il s'agit de la droite (AB)

. Une ligne **BRISEE** est une ligne composée de **plusieurs segments** placés bout à bout, chacun étant sur une ligne droite différente de celle du précédent. On **mesure** la longueur d'une ligne brisée en **additionnant chacun de ses segments**.

Ex : La ligne passant par les points C et D est une ligne brisée.

. Une ligne **COURBE** a une **forme arrondie** ; **les points ne sont pas alignés**.

Ex : La ligne passant par les points E et F est une ligne courbe.

Ces lignes peuvent être :

. **OUVERTES** : les **extrémités** sont **distinctes**, elles ne se rejoignent pas (c'est toujours le cas d'une ligne droite, dont les extrémités ne peuvent se rejoindre).

Ex : la ligne ABCDEFG est une ligne brisée ouverte.

. **FERMEES** : les **extrémités** sont **confondues**, pour former une **figure plane**. Seules les lignes brisées et courbes peuvent être fermées. Une figure peut être formée d'un assemblage de lignes courbes et brisées. Une figure formée seulement d'une ligne brisée fermée s'appelle un **polygone**.

Ex : La ligne ABCDE forme le polygone ABCDE.

Lignes
ouverte : extrémités séparées
fermée : forme une figure

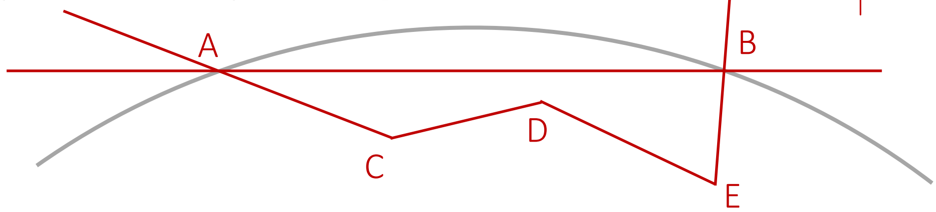
1c

9. Avec ton compas, trace un grand arc de cercle vers le haut (place ta pointe en bas de la feuille). Avec ta règle, trace une ligne droite qui coupe cette ligne courbe en 2 points que tu nommeras A et B, tels que [AB] = 6 cm 5 mm.

Sous le segment [AB], trace une ligne brisée ACDEB. Mesures-en la longueur en détaillant ci-dessous ton calcul :

2 cm 5 mm + 2 cm + 2 cm 6 mm + 1 cm 5 mm = 8 cm 6 mm……………………

Compare cette longueur avec celle du segment [AB] : que constates-tu ? …Elle est nettement plus longue……



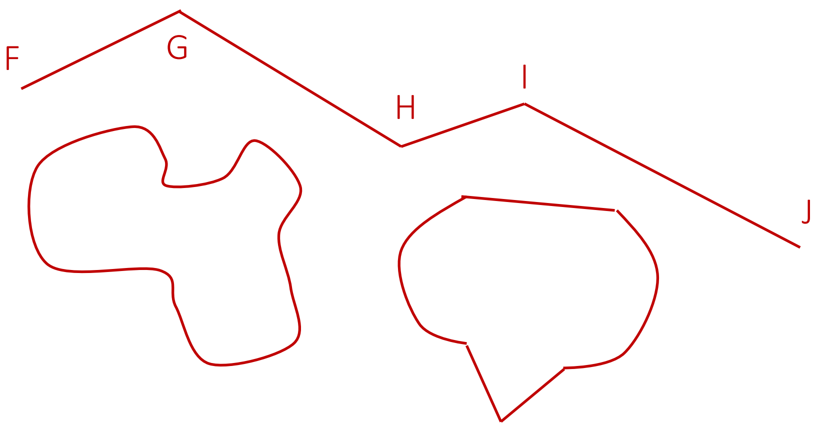
10. Trace ci-dessous (à la règle ou à main levée, selon les nécessités) les lignes demandées :

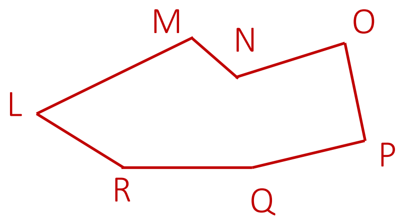
. Une ligne brisée ouverte FGHIJ,

. Une ligne courbe fermée,

. Une figure formée de 2 lignes courbes séparées par un segment et d'une ligne brisée,

. Un polygone quelconque LMNOPQR.





1d

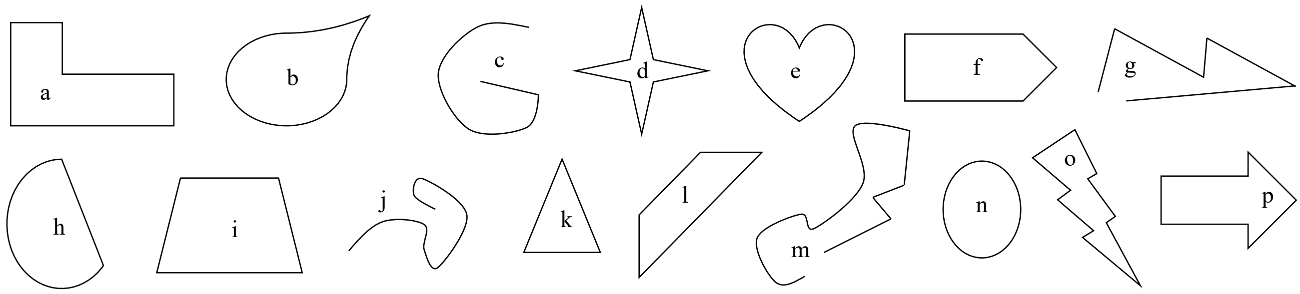
11. Identifie les figures décrites ci-dessous, et décris ensuite les autres selon le même principe.

. Ligne fermée formée d'une ligne courbe et d'un segment : ..h..

. Ligne fermée formée de 2 lignes courbes : ..e..

. Ligne ouverte formée d'une ligne courbe et d'une ligne brisée : .m..

. Lignes brisées fermées : …a…, …d, f, i, k, l, o, p……………………………… : ce sont des …polygones…..

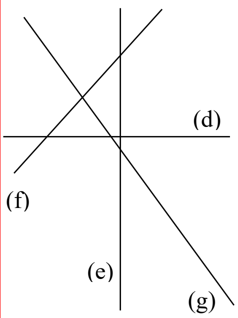


..b.., ..n.. : ..ligne courbe fermée……………………………………………………………………..

..c.. : ..ligne ouverte formée d'une ligne courbe et d'un segment……………………………

..g.. : ..ligne brisée ouverte…………………………………………………………………………

..j.. : ..ligne courbe ouverte…………………………………………………………………………



Une ligne droite (ou un segment) peut avoir plusieurs **directions** :

. **HORIZONTALE** (comme la ligne formée par l'***horizon***, elle va de **gauche** à **droite**)

Ex : (d) est une droite horizontale.

. **VERTICALE** (elle va de **haut** en **bas**, ou inversement)

Ex : (e) est une droite verticale.

. **OBLIQUE** (elle est **penchée** à la fois vers la gauche / droite, et le haut / bas)

Ex : (f) et (g) sont des droites obliques.

Orientation des droites :
. **horizontale** : de gauche à droite
. **verticale** : de haut en bas
. **oblique** : penchée

12. Dans ce dessin, <u>nomme</u> tous les <u>segments</u> et les <u>polygones</u> :

. Les segments horizontaux :

..[MU].., ..[RI]…, ..[SD].., ..[AT]..,
..[BA]…, ..[BT]…, ..[BE].., ..[AE]..,
..[TE]…, ..[UA].

. Les segments verticaux :

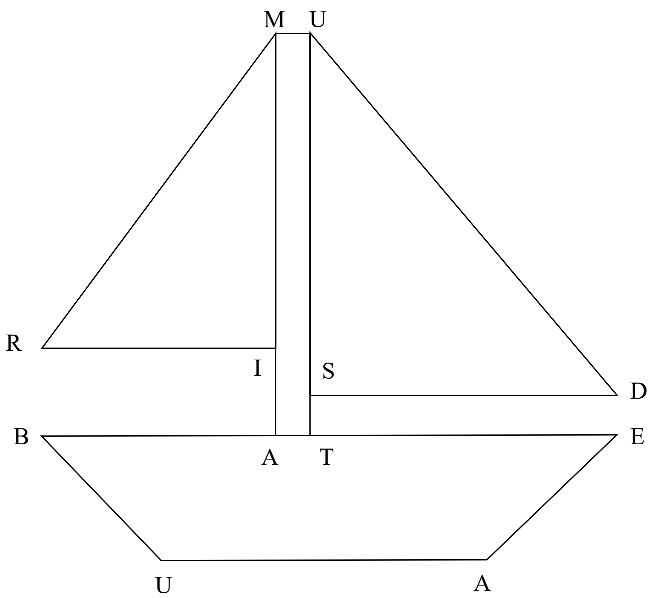
..[MI]…, ..[MA], ..[US].., ..[UT]..,
..[IA]…, ..[ST].

. Les segments obliques :

..[RM].., ..[UD].., ..[BU].., ..[AE]..,

. Les polygones :

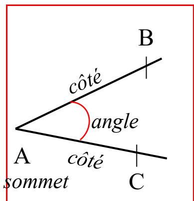
………RMI………., ……UDS………,
……MUTA……….., ……BEAU………



2- Reconnaître et calculer des angles

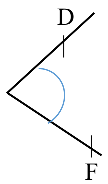
Sommet : pointe de l'angle
Angle **droit** : angle d'un **carré**
Angle **aigu** < Angle **droit**
Angle **obtus** > Angle **droit**
Angle **plat** : **3 points alignés**

2a



. Un angle est une figure formée par **2 demi-droites** qui ont pour origine un point commun appelé SOMMET. Les demi-droites constituent les CÔTÉS de l'angle. On **nomme** un angle par les lettres des 3 points où il passe (toujours le **sommet au milieu**), surmontées d'un « **chapeau** ».

Ex : [AB) et [AC) se rejoignent en un point A, formant un angle $\widehat{BAC}$, dont le point A est le sommet

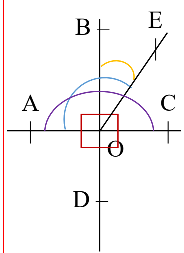


. La grandeur d'un angle tient à l'**écart** que l'on observe entre les deux droites, et non à la longueur de ses côtés. On signale cet écart par un **petit arc de cercle** à l'intérieur de l'angle.

Ex : L'angle $\widehat{BAC}$ est plus petit que l'angle $\widehat{DEF}$, bien que ses côtés soient plus longs

. En se croisant, **2 droites** forment toujours **4 angles**. Lorsque ces 4 angles sont **égaux**, on les appelle angles **DROITS** (on peut les vérifier avec une *équerre*). On signale un angle droit par un **petit carré**.

Ex : Les angles $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$ et $\widehat{DOA}$ sont des angles droits.



. Un angle dont l'ouverture correspond à une **droite** s'appelle un angle **PLAT**

Ex : L'angle $\widehat{AOC}$ est un angle plat.

. Un angle plus **grand** qu'un angle **droit** mais plus **petit** qu'un angle **plat** s'appelle un angle **OBTUS**

Ex : L'angle $\widehat{AOE}$ est un angle obtus.

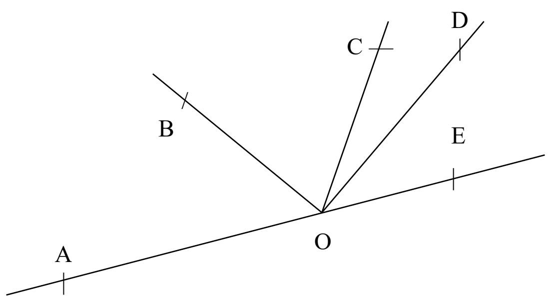
. Un angle plus **petit** qu'un angle droit s'appelle un angle **AIGU**.

Ex : L'angle $\widehat{BOE}$ est un angle aigu.

1. <u>Nomme</u> tous les angles de cette figure, et indique pour chacun s'il est <u>plat</u>, <u>obtus</u>, <u>droit</u>, ou <u>aigu</u>.

$\widehat{AOB}$: aigu
$\widehat{AOD}$: obtus
$\widehat{BOC}$: aigu
$\widehat{BOE}$: obtus
$\widehat{COE}$: aigu

$\widehat{AOC}$: obtus
$\widehat{AOE}$: plat
$\widehat{BOD}$: droit
$\widehat{COD}$: aigu
$\widehat{DOE}$: aigu

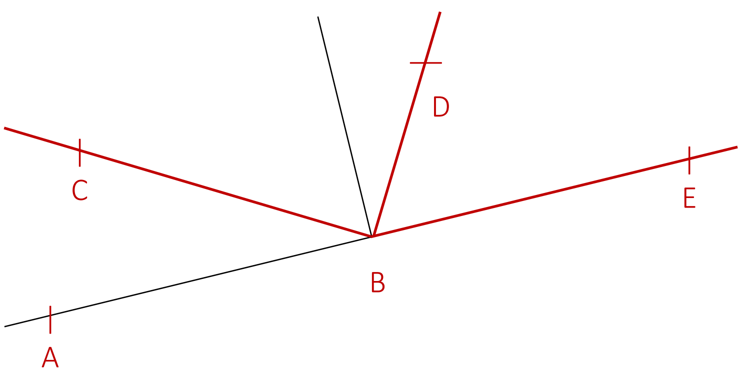


2. <u>Observe</u> l'angle ci-dessous, et dis s'il est <u>plat</u>, <u>obtus</u>, <u>droit</u>, ou <u>aigu</u>. Par quel moyen peux-tu vérifier ?

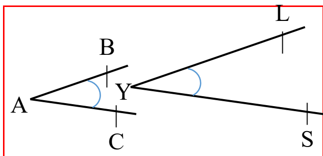
L'équerre

A partir de cet angle, trace des demi-droites et place des points A, B, C, D et E de sorte à obtenir au moins 1 angle plat, 1 angle obtus, 1 angle droit, et 1 angle aigu. Nomme chacun de ces angles obtenus, en précisant pour chacun sa nature.

$\widehat{ABC}$: aigu
$\widehat{ABD}$: obtus
$\widehat{CBD}$: droit
$\widehat{ABE}$: droit

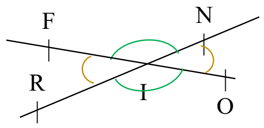


2b



. Lorsque 2 angles ont la **même grandeur**, c'est-à-dire le même écartement des côtés, on dit qu'ils sont **EGAUX** : si on les superposait, on ne distinguerait pas l'un de l'autre.

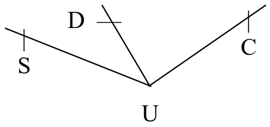
Ex : Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{LYS}$ sont égaux.



. Lorsque deux droites se croisent, elles forment 4 angles **OPPOSES** 2 à 2. Deux angles **opposés** par le sommet sont **égaux**.

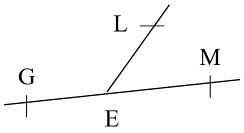
Ex : Les angles $\widehat{FIN}$ et $\widehat{RIO}$ sont opposés, ils sont donc égaux : $\widehat{FIN} = \widehat{RIO}$.

Les angles $\widehat{FIR}$ et $\widehat{NIO}$ sont opposés, et sont donc égaux : $\widehat{FIR} = \widehat{NIO}$.



. Lorsque 2 angles ont un sommet commun et un côté commun par rapport auquel ils sont situés de part et d'autre, on dit qu'ils sont **ADJACENTS** (= placés côte à côte).

Ex : $\widehat{SUD}$ et $\widehat{DUC}$ sont des angles adjacents.

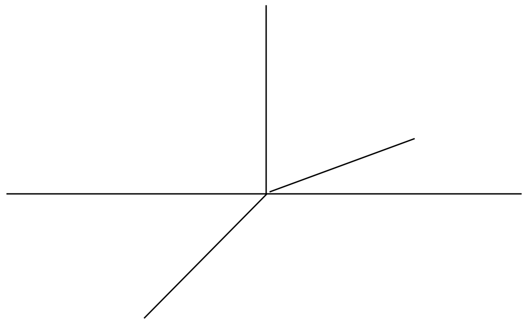


. Ensemble, 2 angles adjacents forment un troisième angle. Par rapport à cet angle-là, ils se **COMPLETENT**.

Ex : $\widehat{SUD}$ et $\widehat{DUC}$ se complètent par rapport à l'angle $\widehat{SUC}$.

Ex : $\widehat{GEL}$ et $\widehat{LEM}$ se complètent par rapport à l'angle $\widehat{LEM}$.

3. <u>Observe</u> bien cette figure, puis complète ces phrases :



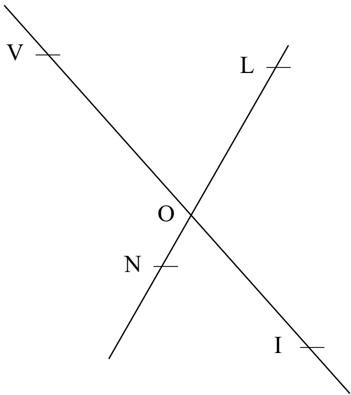
. Le complément d'un angle **droit** par rapport à un angle **plat** est un angle ……droit……..

. Le complément d'un angle **obtus** par rapport à un angle **plat** est un angle …..aigu……...

. Le complément d'un angle **aigu** par rapport à un angle **plat** est un angle …..obtus……..

. Le complément d'un angle **aigu** par rapport à un angle **droit** est un angle …aigu………..

4. <u>Observe</u> bien cette figure, puis <u>complète</u> ces phrases :



. Par rapport à la demi-droite [OI), l'angle $\widehat{NOI}$ est adjacent à l'angle ..$\widehat{LOI}$..

. Le côté adjacent de l'angle $\widehat{VOL}$ par rapport à l'angle $\widehat{LOI}$ est la demi-droite [OL)

. Les angles $\widehat{VON}$ et $\widehat{LOI}$ sont ……opposés…….. ; ils sont donc ….égaux…..

. Par rapport à l'angle $\widehat{NOL}$, l'angle $\widehat{NOV}$ est complémentaire de l'angle ..$\widehat{VOL}$

. Les angles $\widehat{VOL}$ et $\widehat{LOI}$ sont complémentaires par rapport à l'angle ..$\widehat{VOI}$..

5. <u>Observe</u> bien cette figure, puis <u>complète</u> ces égalités avec les <u>noms des angles</u> qui conviennent :

$\widehat{AOC}$ = ..$\widehat{AOB}$ + $\widehat{BOC}$..

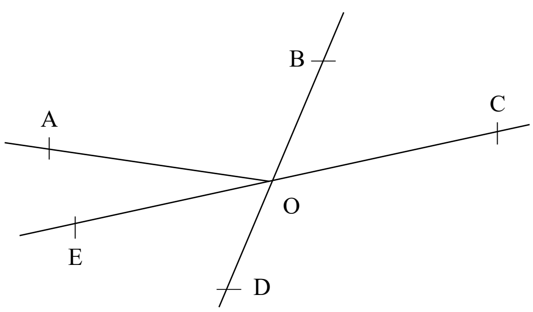
$\widehat{AOE}$ + $\widehat{EOD}$ = ..$\widehat{AOD}$..

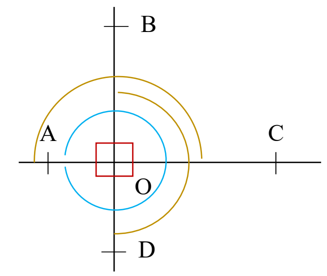
$\widehat{EOA}$ = $\widehat{EOB}$ – $\widehat{AOB}$

$\widehat{EOD}$ = $\widehat{EOC}$ – $\widehat{DOC}$

$\widehat{BOC}$ = $\widehat{EOD}$

$\widehat{DOC}$ = $\widehat{EOB}$





Les angles se mesurent en **DEGRÉS** (°) :

. Un angle **droit** mesure **90°**
Ex : $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$ et $\widehat{DOA}$ mesurent chacun 90°.

. Un angle **plat** mesure **180°**
Ex : $\widehat{AOC}$ et $\widehat{BOD}$ mesurent chacun 180°.

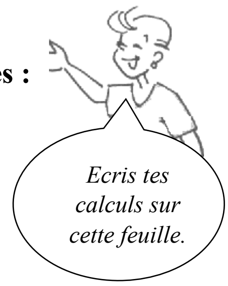
. Un *tour complet* correspond à **360°**
Ex : $\widehat{AOA}$ mesure 360°

Angle **droit** : **90°**
Angle **plat** : **180°**
Tour complet : **360°**

6. <u>Réfléchis</u> bien et, d'après la mesure des angles, <u>indique leur nature</u> (plat, droit, obtus, aigu) :

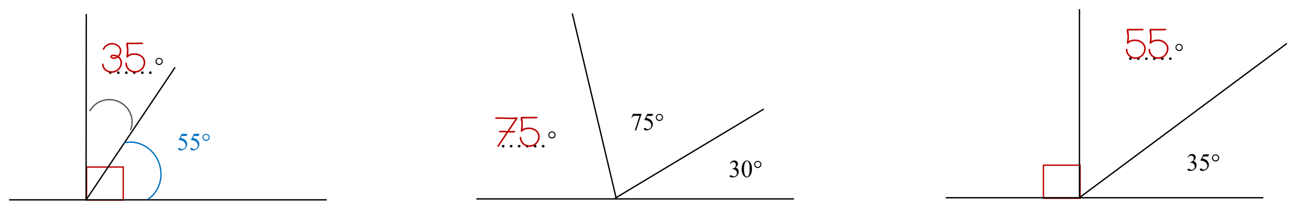
. Un angle de 30° est un angle ….aigu……….
. Un angle de 120° est un angle ……obtus……
. Un angle de 90° est un angle ……droit……
. Un angle de 180° est un angle ….plat……….
. Un angle de 60° est un angle ……aigu……..
. Un angle de 140° est un angle …obtus………

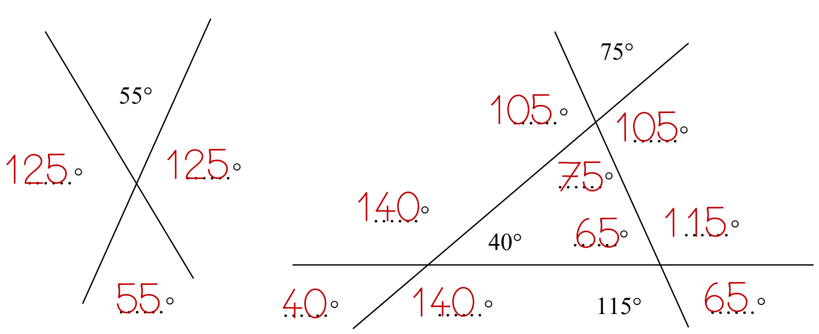
7. <u>Réfléchis</u> bien, puis, à l'aide de tes connaissances, <u>calcule la mesure</u> des angles demandés :

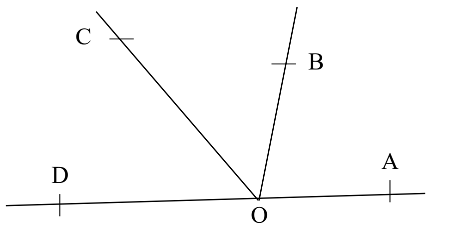


. L'angle opposé à un angle de 65° mesure …65°…
. Pour obtenir un angle plat, il faut ajouter à un angle de 70° un angle de …110°… (180-70)
. Par rapport à un angle droit, l'angle complémentaire à un angle de 65° mesure …25°…(90-65)
. Un angle mesure 49°. Pour obtenir un angle droit, il faut lui ajouter un angle de …41°… (90-49)
. Deux angles sont complémentaires par rapport à un angle plat. L'un mesure 112°, l'autre mesure …68°… (180-112)
. La moitié d'un angle droit mesure …45°…, et le tiers d'un angle droit mesure …30°…
. L'angle $\widehat{AOB}$ mesure 50° et l'angle $\widehat{BOC}$ mesure 85°. Combien mesure l'angle $\widehat{AOC}$? …135°… (50+85)

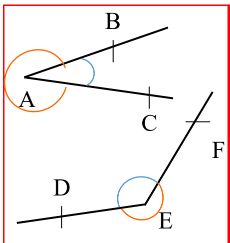
8. <u>Observe</u> bien ces figures, puis, à l'aide de tes connaissances, <u>calcule la mesure</u> des angles demandés :







. $\widehat{AOC}$ = 130°
. $\widehat{BOD}$ = 102°
. $\widehat{AOD}$ = …180°
. $\widehat{AOB}$ = …78°
. $\widehat{BOC}$ = …52°



. Un angle **plus petit** qu'un angle **plat** (angle aigu, droit, ou obtus) s'appelle un angle **SAILLANT**.
Ex : $\widehat{BAC}$ et $\widehat{DEF}$ sont des angles saillants.

. Un angle **plus grand** qu'un angle **plat** s'appelle un angle **RENTRANT**.
Ex : $\widehat{BAC}$ et $\widehat{DEF}$ sont des angles rentrants.

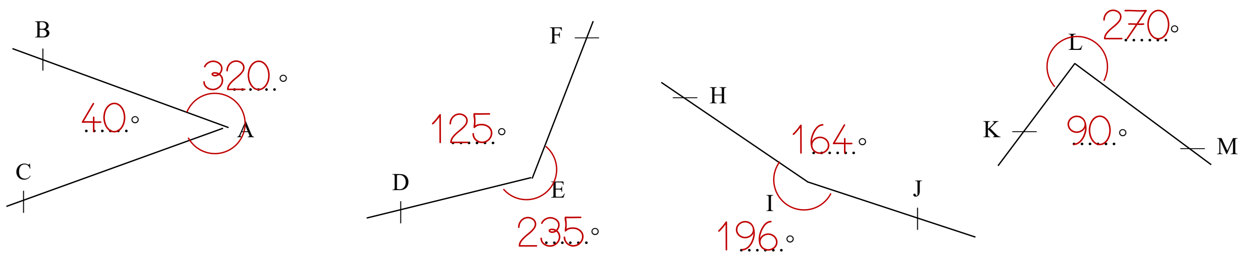
Un angle saillant mesure donc moins de 180°, tandis qu'un angle rentrant mesure plus de 180°.

Un angle rentrant est le **supplément** d'un angle saillant du même nom, par rapport à **360°**.
Ex : L'angle $\widehat{BAC}$ est le supplément de l'angle $\widehat{BAC}$. Si $\widehat{BAC}$ mesure 35°, alors $\widehat{BAC}$ mesure 360° - 35° = 325°.

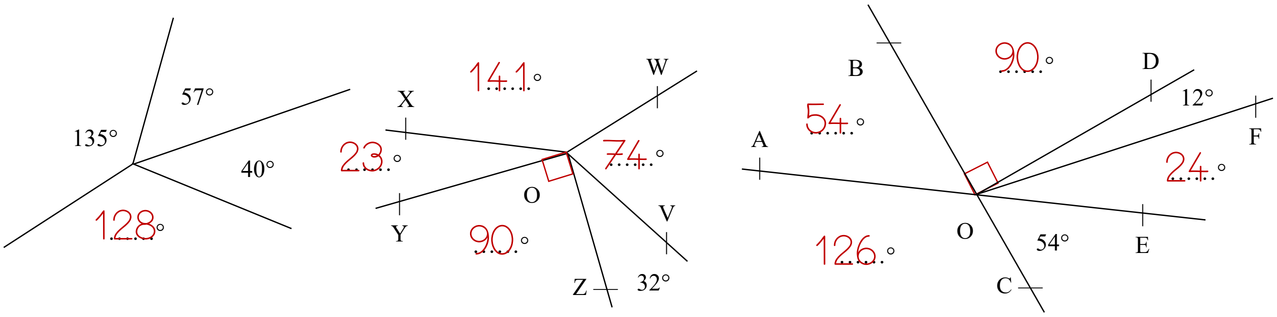
Angle **saillant** < Angle **plat**
Angle **rentrant** > Angle **plat**

2d

9. Parmi les <u>mesures</u> ci-dessous, <u>attribue</u> à chaque angle saillant celle qui lui correspond ; trace ensuite la <u>marque</u> de chaque angle <u>rentrant</u> puis <u>calcule</u> chacune de leurs mesures. 125° 90° 164° 40°



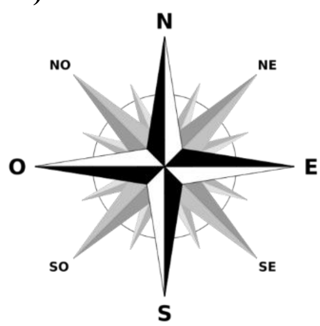
10. <u>Observe</u> bien ces figures, puis, à l'aide de tes connaissances, <u>calcule la mesure</u> des angles demandés :



$\widehat{WOZ}$ = 106°
$\widehat{XOZ}$ = 113°

. L'angle rentrant $\widehat{AOC}$ mesure ..234°..
. L'angle rentrant $\widehat{COF}$ mesure ..282°...

11. <u>Résous</u> ce problème à l'aide de cette rose des vents (et si besoin de l'exercice 7) :



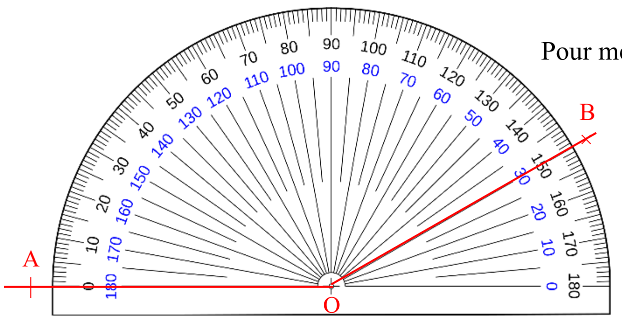
Hier, le vent soufflait du Nord. Aujourd'hui, il souffle de l'Est.
. *Quel angle la girouette a-t-elle décrit ?* ......90°.....

Pour demain, la météorologie a annoncé une rotation du vent de 45° vers le Sud.
. *De quelle direction soufflera-t-il alors ?* ..du Sud Est

Si le vent continue de tourner par l'Ouest, avant de souffler de nouveau par le Nord, quelle rotation la girouette aura-t-elle effectuée à partir de demain ?
Elle aura effectué une rotation de 360° - (90° + 45°) = 360° - 135° = 225°.

3- Mesurer et tracer des angles

3a



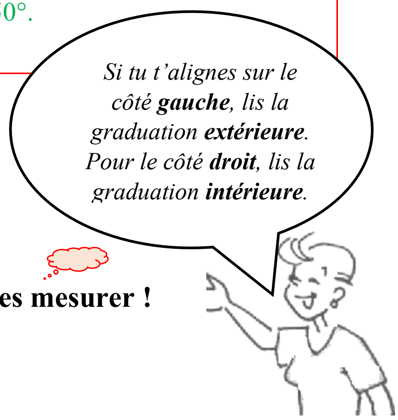
Pour mesurer un angle avec précision, on utilise un **RAPPORTEUR** :

. On **aligne** la marque 0° et le centre du rapporteur sur un **côté** de l'angle (ici, sur (AO])

. On fait glisser le rapporteur de sorte à placer son **centre** sur le **sommet** de l'angle (ici, sur O)

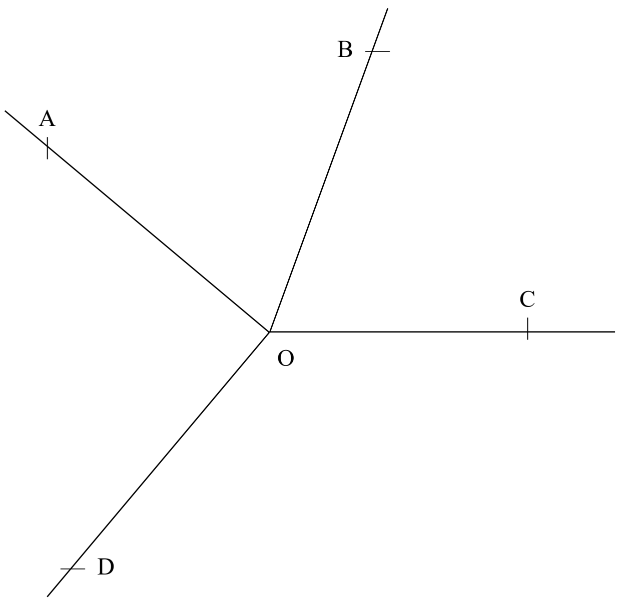
. On repère la marque du rapporteur par laquelle passe **l'autre côté** de l'angle : c'est la mesure de l'angle.

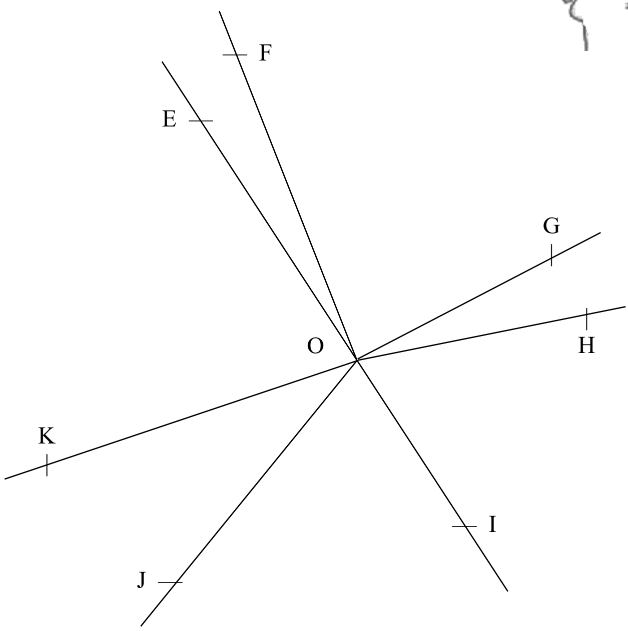
Ex : Ici, [OB) rencontre le rapporteur à la marque 150. L'angle $\widehat{AOB}$ mesure donc 150°.



1. A l'aide de ton __rapporteur__, __mesure avec précision__ chacun des angles ci-dessous, puis nomme-les ci-dessous et __précise__ s'ils sont __aigus__, __droits__,…

<!> Tu auras parfois besoin de __prolonger__ les côtés des angles pour pouvoir les mesurer !



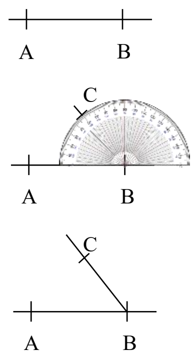


$\widehat{AOB}$ = 70° : aigu
$\widehat{BOC}$ = 70° : aigu
$\widehat{COD}$ = 130° : obtus
$\widehat{DOA}$ = 90° : droit
$\widehat{DOB}$ = 160° : obtus
$\widehat{AOC}$ = 140° : obtus

$\widehat{EOF}$ = 12° : aigu
$\widehat{EOG}$ = 95° : obtus
$\widehat{FOG}$ = 83° : aigu
$\widehat{FOH}$ = 100° : obtus
$\widehat{GOH}$ = 17° : aigu
$\widehat{HOI}$ = 68° : aigu
$\widehat{FOI}$ = 168° : obtus

$\widehat{HOJ}$ = 140° : obtus
$\widehat{HOK}$ = 172° : obtus
$\widehat{IOJ}$ = 72° : aigu
$\widehat{JOK}$ = 32° : aigu
$\widehat{KOE}$ = 76° : aigu
$\widehat{KOF}$ = 88° : aigu
$\widehat{EOI}$ = 180° : plat

3b



Pour tracer un angle, tu as besoin d'une **règle** et d'un **rapporteur** :

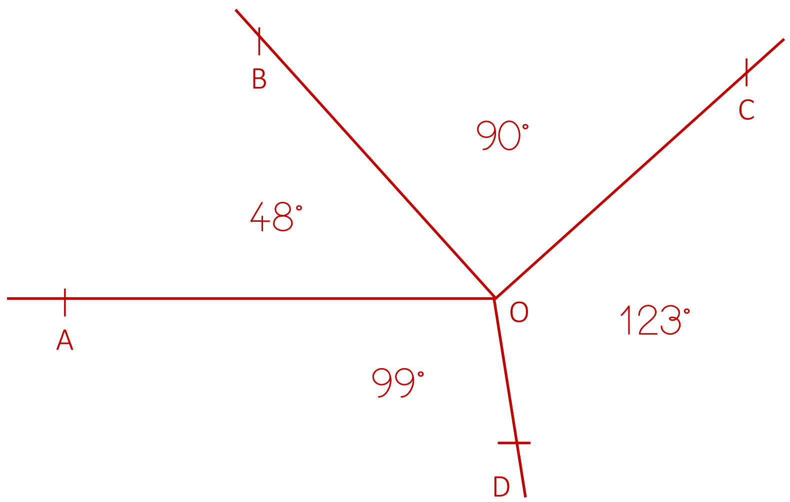
. Commence par **tracer une droite**, et place dessus **2 points**. (ici A et B)

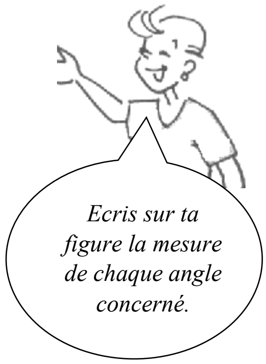
. Positionne le **centre** du rapporteur sur le point qui sera le **sommet** de l'angle ; le rapporteur doit bien être **aligné** avec la droite : la graduation **0°** doit la rencontrer. (ici le sommet est B)

. Repère le trait de **graduation** du rapporteur qui correspond à la **mesure** voulue (ici 50°), et marque un **point** à cet endroit. (ici le point C)

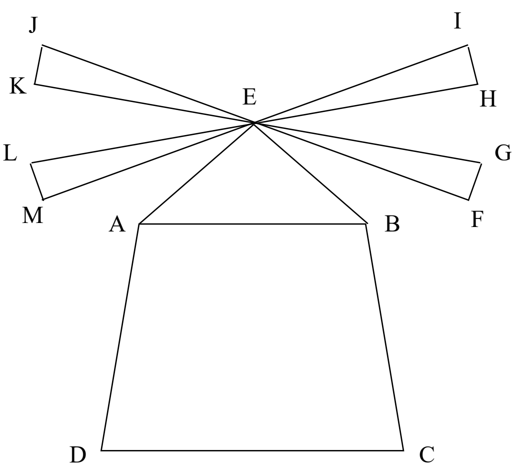
. **Relie** ce point au sommet, de sorte à former le deuxième côté de l'angle. (ici (CB])

2. Trace les angles <u>adjacents</u> $\widehat{AOB}$ de 48°, $\widehat{BOC}$ de 90° et $\widehat{COD}$ de 123°. Combien mesure l'angle $\widehat{DOA}$?



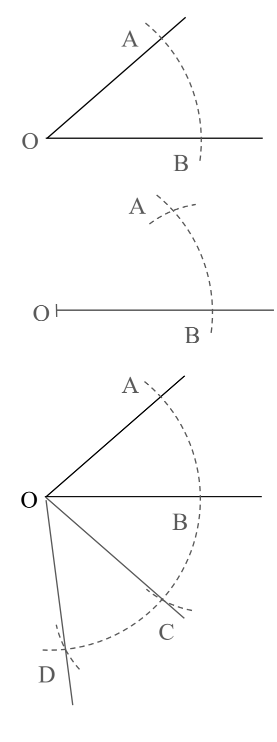


3. <u>Mesure</u> avec précision les <u>segments</u> et les <u>angles</u> de cette figure, note ces mesures, avant de les utiliser pour <u>reproduire</u> fidèlement ci-dessous la figure.



[AB] = …3… cm	[JE] = …3… cm	[LE] = …3… cm	$\widehat{DAB}$ = 100… °	$\widehat{EAB}$ = …41… °	$\widehat{AEK}$ = …52… °
[DC] = …4… cm	[JF] = …6… cm	[LH] = …6… cm	$\widehat{ABC}$ = 100… °	$\widehat{ABE}$ = …41… °	$\widehat{AEJ}$ = …62… °
[AE] = …2… cm	[KE] = …3… cm	[ME] = …3… cm	$\widehat{ADC}$ = …80… °	$\widehat{AEM}$ = …22… °	
[BE] = …2… cm	[KG] = …6… cm	[MI] = …6… cm	$\widehat{DCB}$ = …80… °	$\widehat{AEL}$ = …32… °	

3c



Tu peux aussi **reproduire** un angle modèle au moyen d'un **compas** :

. Trace un premier **segment**, et nomme le **point** qui sera le **sommet** de l'angle (ici, O).

. Place la **pointe** de ton compas sur le **sommet** de l'angle modèle, et trace un **arc de cercle** qui coupe chaque **côté** en un **point** que tu nommeras (ex : A et B).

. Place la **pointe** de ton compas sur le **sommet** de l'angle que tu vas former, et trace un **arc de cercle** qui coupe le segment en un **point** que tu nommeras comme celui du modèle.

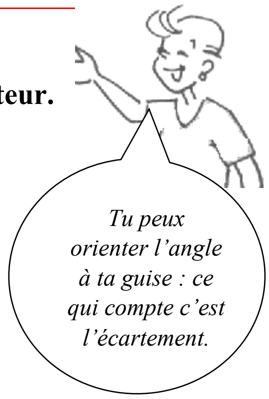
. Place la **pointe** de ton compas sur un **point** d'un **côté** de l'angle modèle (ici, B), et **écarte** le crayon de sorte à le placer sur le **point** situé sur **l'autre côté** de l'angle (ici, A).

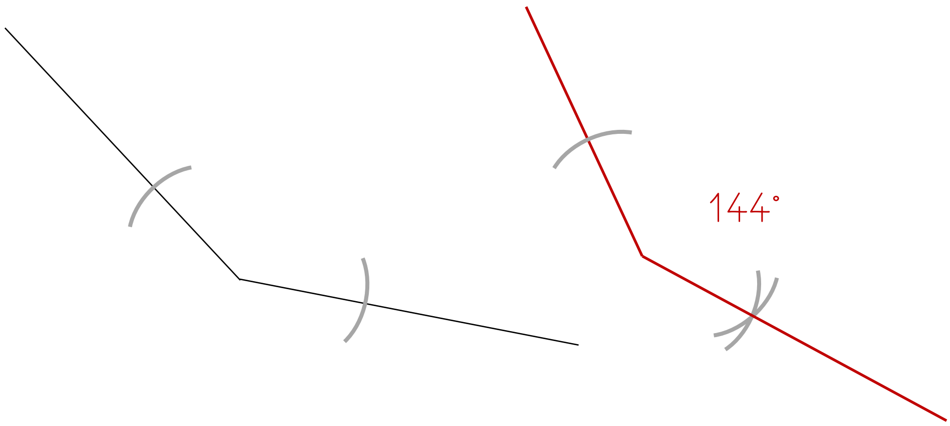
. En **gardant cet écartement**, place la **pointe** de ton compas sur le **point** que tu as placé sur l'angle que tu vas former (ici, B), et trace un **arc de cercle** qui croise le premier.

. **Relie** le **sommet** avec ce nouveau **point**.

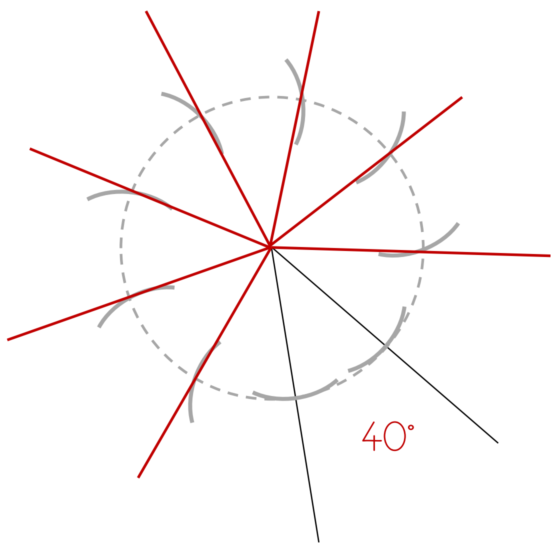
Pour former des angles adjacents de même mesure, on fait de même, mais **directement à partir du sommet** et d'un **côté** de l'angle précédent. **Nomme** les nouveaux points.

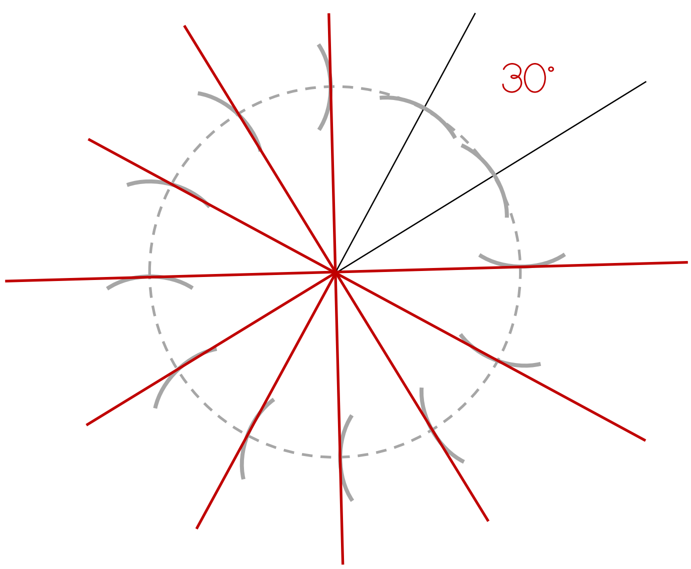
4. <u>Reproduis</u> l'angle ci-dessous à l'aide de ton compas, puis <u>mesure-le</u> avec ton rapporteur.



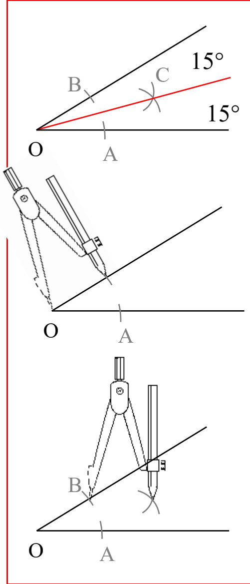


5. <u>Autour</u> du sommet du <u>premier</u> angle, forme avec ton compas <u>8 angles adjacents</u> de <u>même mesure</u> que celui de départ. Autour de celui du <u>second</u>, formes-en <u>11</u>. Combien mesure chacun de ces angles ?





3d



Une **bissectrice** est une **demi-droite** qui partage un angle en **2 angles égaux**.

Un angle peut être partagé en 2 angles égaux. La demi-droite issue du sommet qui le partage ainsi s'appelle sa **BISSECTRICE**.

Ex : La bissectrice [OC) partage l'angle AOB en 2 angles égaux : $\widehat{AOC}$ et $\widehat{COB}$.

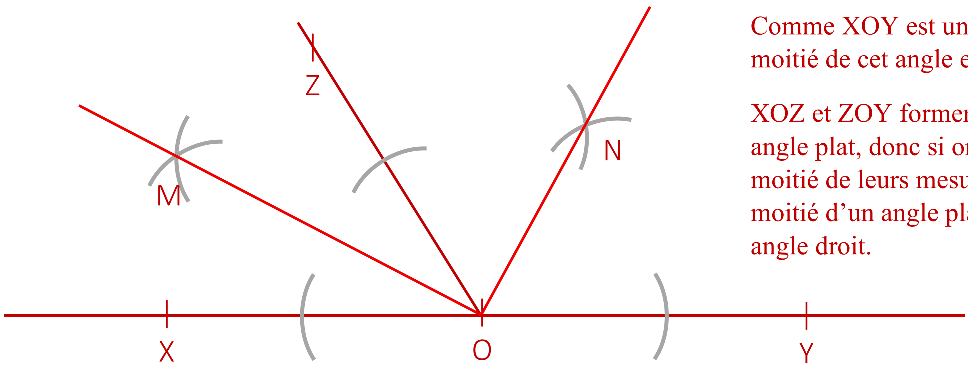
Pour tracer la bissectrice d'un angle, on a besoin d'un **compas** et d'une **règle** :

. On place la pointe du compas sur le sommet et on marque d'un **petit arc de cercle** chacun des **côtés de l'angle** en gardant le même écart. On nomme ces **points**.

. On place la pointe du compas sur un des nouveaux points ainsi obtenus, et on trace un petit **arc** de cercle vers le **milieu de l'angle**. Avec le même écart du compas, on fait la même chose en plaçant la pointe sur le point obtenu de l'autre côté de l'angle.

. L'intersection de ces deux arcs de cercles correspond à un **point** de la bissectrice : on le nomme, et on le **relie** au **sommet** de l'angle.

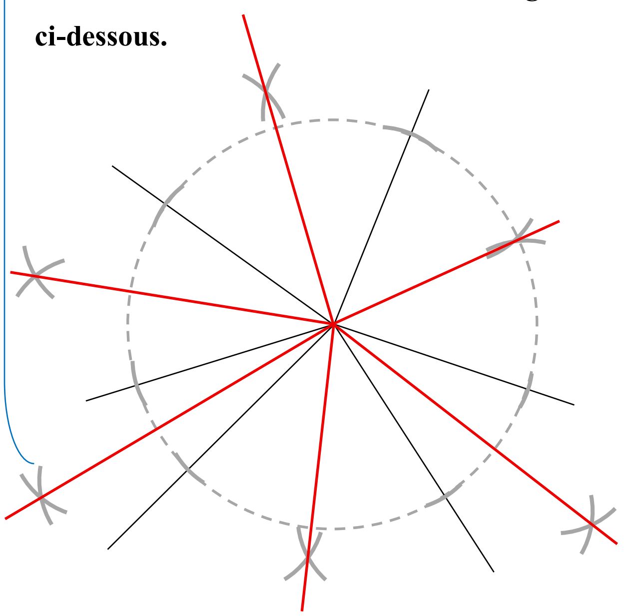
6. Trace un <u>angle plat</u> $\widehat{XOY}$. Au moyen de ton <u>rapporteur</u>, trace une demi-droite [OZ) telle que l'angle $\widehat{XOZ}$ mesure <u>58°</u>. Trace en rouge la bissectrice de chacun des angles obtenus. Nomme <u>M</u> le point situé sur la bissectrice de l'angle $\widehat{XOZ}$, et <u>N</u> le point situé sur celle de l'angle $\widehat{ZOY}$. Avec ton rapporteur, <u>mesure l'angle $\widehat{MON}$</u>. Saurais-tu <u>expliquer</u> cette mesure ? $\widehat{MON}$ = 90° (angle droit)



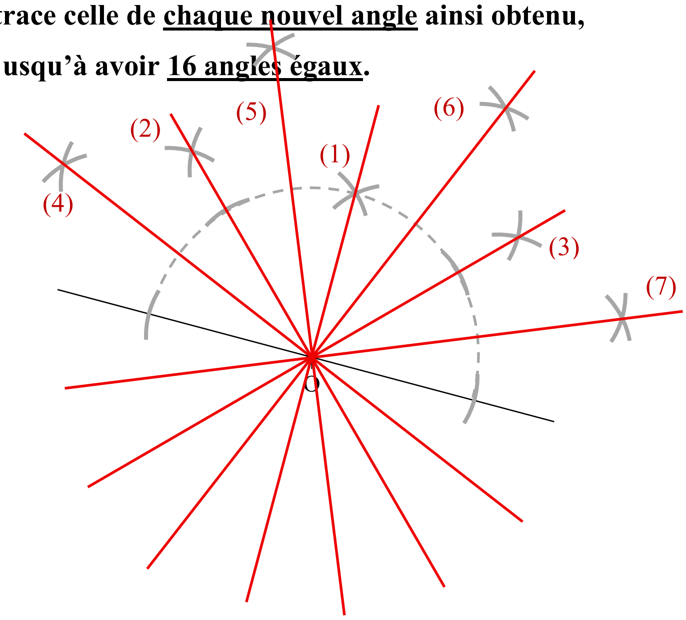
Comme XOY est un angle plat, la moitié de cet angle est un angle droit.

XOZ et ZOY forment ensemble un angle plat, donc si on additionne la moitié de leurs mesures on obtient la moitié d'un angle plat, c'est-à-dire un angle droit.

7. Trace la bissectrice de chacun des angles ci-dessous.



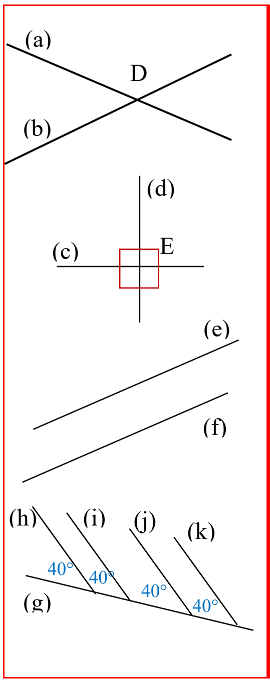
8. Trace la <u>bissectrice</u> de l'angle plat ci-dessous puis trace celle de <u>chaque nouvel angle</u> ainsi obtenu, jusqu'à avoir <u>16 angles égaux</u>.



4- Droites sécantes, perpendiculaires et parallèles

sécantes : qui se **coupent**
perpendiculaires : ⊥
qui se coupent en **angle droit**
parallèles : //
qui ne se rencontrent jamais

4a



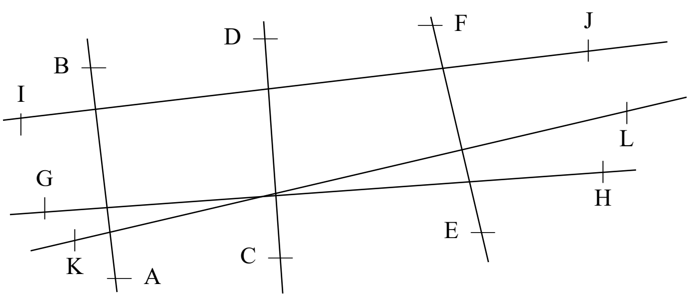
. Lorsque 2 droites se **coupent** (ou peuvent se couper), on dit qu'elles sont **SÉCANTES**.
Quand le point où elles se rejoignent est visible, on précise toujours son nom.
Ex : (a) et (b) sont sécantes en D.

. Lorsque deux droites sécantes forment un (et même 4) **angles droits**, on dit qu'elles sont **PERPENDICULAIRES**. On utilise le signe ⊥
Ex : (c) et (d) sont perpendiculaires en E : cela s'écrit (c) ⊥ (d)

. Des droites qui suivent exactement la **même trajectoire** sans **jamais se rejoindre** (leur **écartement** est toujours le **même**) sont des droites **PARALLELES**. On utilise le signe //
Ex : (e) et (f) sont parallèles : cela s'écrit (e) // (f)

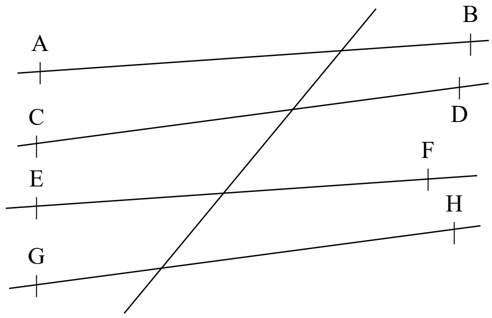
. Des droites qui **coupent** une **même droite** en formant chacune avec elle un **angle identique** sont **parallèles** entre elles.
Ex : (h), (i), (j) et (k) forment toutes avec la droite (g) un angle de 40° : elles sont parallèles.

1. Avec ton <u>équerre</u>, trouve les droites qui sont <u>perpendiculaires</u> entre elles.



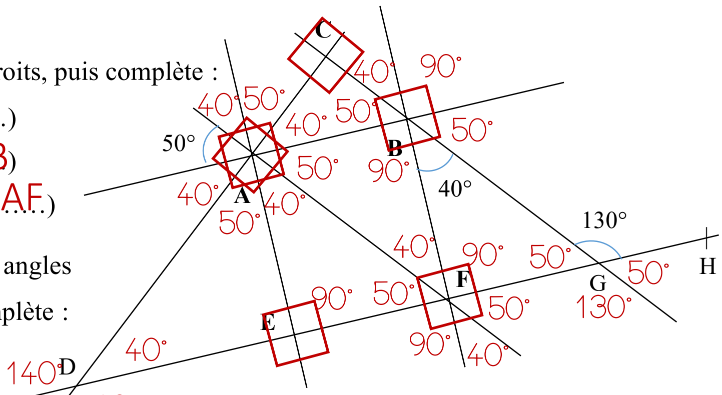
(IJ) ⊥ (BA)   (DC) ⊥ (GH)   (FE) ⊥ (KL)

2. Avec ton <u>rapporteur</u>, trouve les droites qui sont <u>parallèles</u> entre elles.



(AB) // (EF)   (CD) // (GH)

3. <u>Observe</u> cette figure :



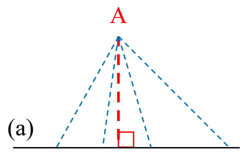
. A l'aide de ton équerre, repère et marque tous les angles droits, puis complète :
(AB) ⊥ (AE)   (AB) ⊥ (BF)   (AE) ⊥ (EF)
(BF) ⊥ (EF)   (AC) ⊥ (AF)   (AG) ⊥ (CB)
donc (AB) // (EF),   (AE) // (BF),   et   (CB) // (AF)

. A l'aide de tes connaissances, trouve la mesure de tous les angles de cette figure. Pour trouver la mesure de l'angle $\widehat{ADE}$, complète :
Comme (AB) // (DE), $\widehat{ADE}$ = $\widehat{CAB}$ = 40°

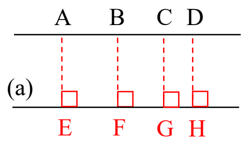
140°

Mesure les segments [AB], [BF], [BG], [EF], [AF], [FG], et [AE] :
[AE] = [BF] = 25 mm   [AF] = [BG] = 32 mm   [AB] = [EF] = [FG] = 20 mm
Que remarques-tu ? Les segments de même mesure sont parallèles entre eux.

La **distance d'un point à une droite** est la **perpendiculaire** abaissée de ce point sur cette droite.

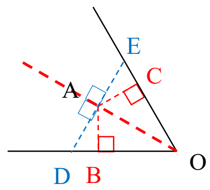


. Le **plus court chemin** entre un point et une droite correspond à la droite perpendiculaire qui coupe cette droite en passant par ce point. Le segment ainsi obtenu est appelé « **distance du point à la droite** ».



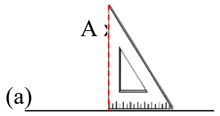
. Comme deux droites parallèles sont toujours à même distance l'une de l'autre, chaque point situé sur l'une d'elles est toujours à même distance de l'autre droite. Les **segments perpendiculaires** à deux droites **parallèles** sont donc **toujours de même longueur**.

Ex : Les segments [AE], [BF], [CG] et [DH] sont tous égaux entre eux.



. Comme la **bissectrice** d'un angle coupe celui-ci en deux angles égaux, tout point pris sur cette bissectrice est à **égale distance** des **côtés** de l'angle. Dans l'autre sens, tout point pris sur les côtés est à même distance de la bissectrice.

Ex : Les segments [AB] et [AC] sont de même mesure. [AD] et [AE] sont égaux.

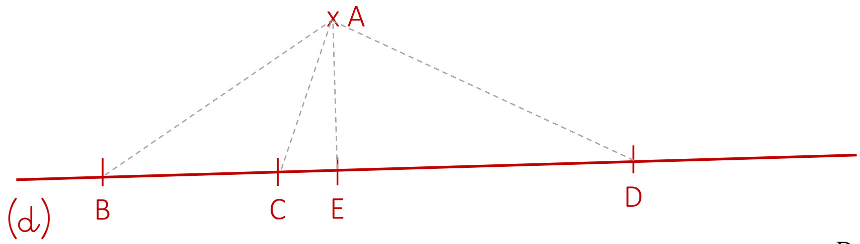


. Pour **tracer** une droite **perpendiculaire** (et trouver ainsi entre autres la distance d'un point à une droite), on place le petit côté de l'équerre le long de la droite de départ, et le grand côté au niveau du point par lequel on doit passer, puis on fait glisser le crayon le long de l'équerre.

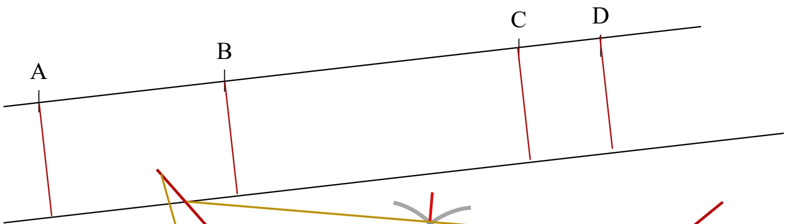
4b

4. Trace une droite (d), et place un point A à l'extérieur de cette droite. Place ensuite n'importe où sur la droite les points B, C, et D. Mesure les segments [AB], [AC] et [AD]. A l'aide de ton équerre, place sur la droite le point E qui corresponde à la distance du point A à la droite (d). Mesure ensuite le segment [AE].

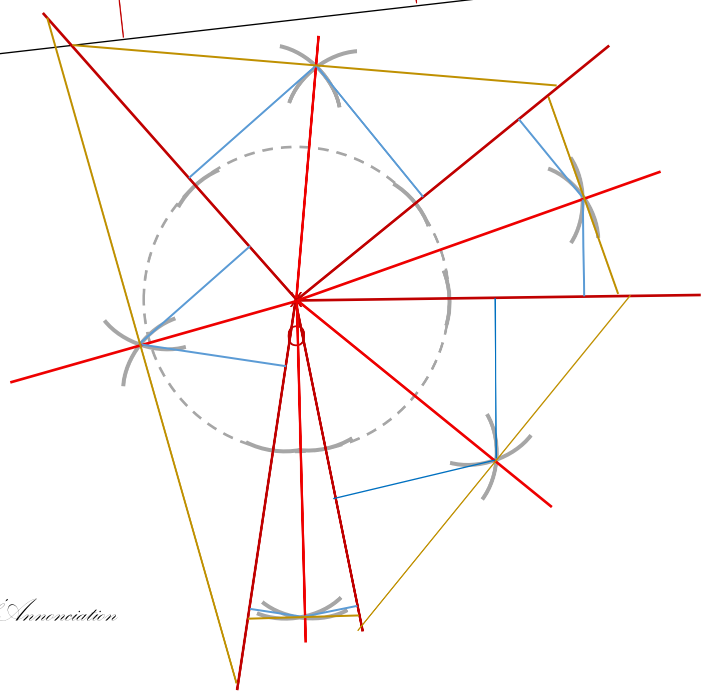
[AB] = 36 mm
[AC] = 21 mm
[AD] = 43 mm
[AE] = 19 mm



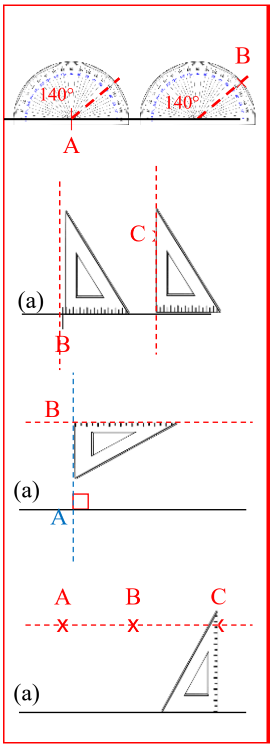
5. Cherche la distance des points A, B, C, D à la droite (e), puis mesure chacun des segments ainsi obtenus : 15 mm



6. Autour d'un point O, trace un angle de 40°, un autre de 90°, un troisième de 130°, et un autre de 20°. Trace la bissectrice de chacun des 5 angles ainsi obtenus. Sur chaque bissectrice, prends un point : cherche la distance de chaque point aux côtés de son angle, puis la distance de chaque côté de l'angle à la bissectrice passant par ce point.



4c



. On peut obtenir des droites **parallèles** au moyen d'un **RAPPORTEUR** : le long d'une droite, on trace les droites passant par les points demandés, formant le **même angle** avec la droite de départ.

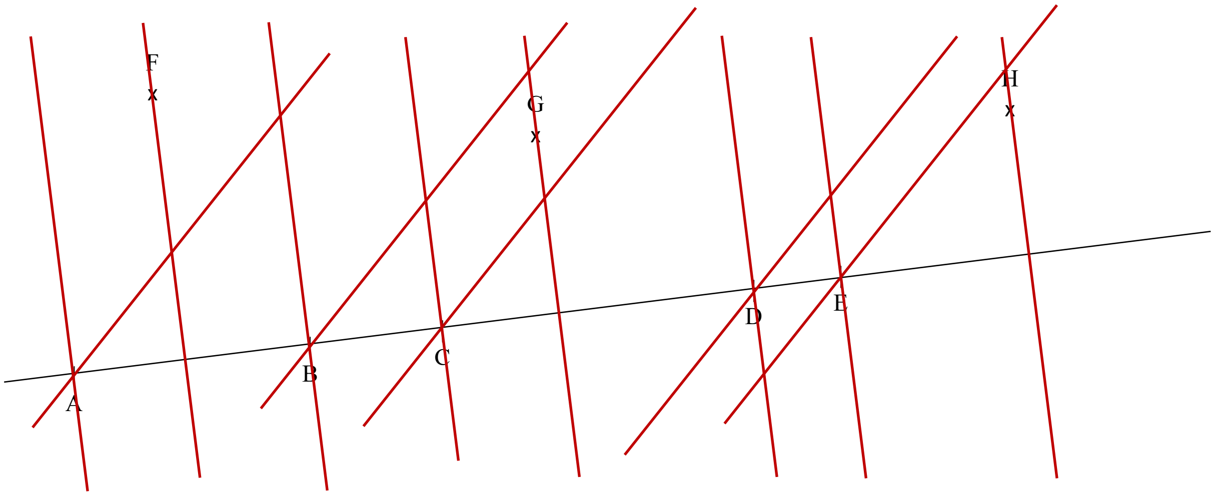
Si (a) ⊥ **(x)**
et (b) ⊥ **(x)**,
alors (a) // (b)

. Pour la même raison, on peut obtenir des droites **parallèles** en traçant avec une **EQUERRE** plusieurs droites **perpendiculaires** à la droite de départ : on place l'équerre sur la droite de départ, on la fait **glisser jusqu'au point** par lequel doit passer la perpendiculaire, puis on trace cette droite le long de l'équerre. On renouvelle l'opération le nombre de fois demandé.

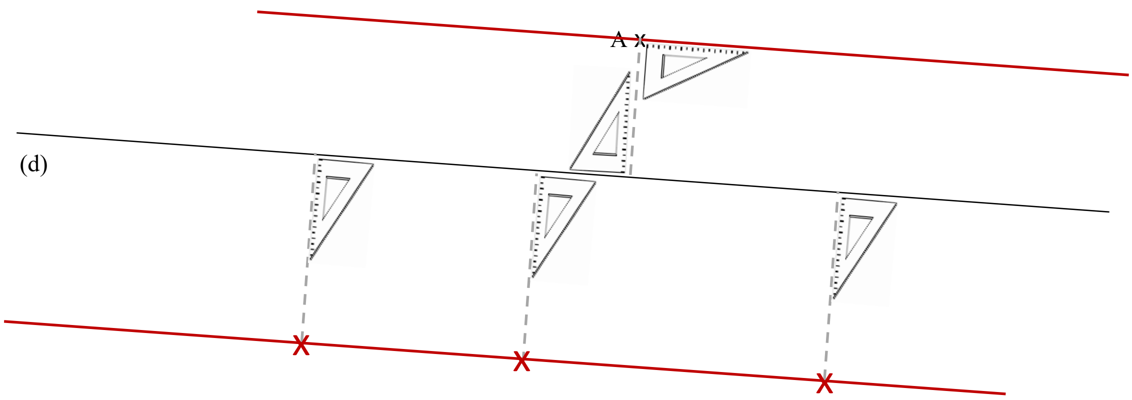
. Pour obtenir une droite **parallèle à la première** et passant par un **point extérieur**, on peut, au moyen d'une **EQUERRE**, tracer une droite **perpendiculaire** passant par ce point, puis une autre, **perpendiculaire** à la précédente, passant aussi par ce point.

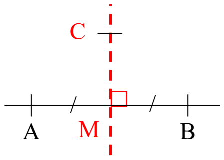
. Pour obtenir une droite **parallèle à la première** située à une **distance précise** de celle-ci, on peut, en utilisant la graduation de l'**EQUERRE**, marquer plusieurs points (au moins 2, mais 3 c'est plus sûr) correspondant chacun à la **mesure demandée**, en faisant **glisser** l'équerre le long de la droite. On **relie** ensuite ces points.

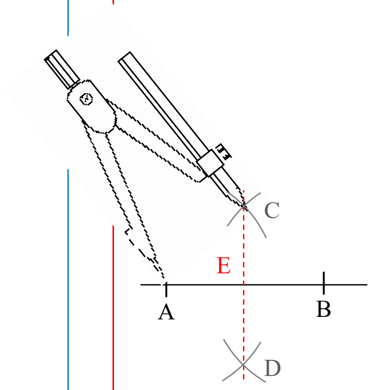
7. Avec ton <u>rapporteur</u>, trace des droites parallèles entre elles passant par chaque point de la droite ci-dessous (choisis toi-même la mesure de l'angle). Avec ton équerre, trace ensuite d'autres droites, perpendiculaires à la droite de départ, passant par ces mêmes points ainsi que par les points F, G et H.



8. Trace <u>deux droites parallèles</u> à la droite (d) : la première <u>(a)</u> passera <u>par le point A</u>, la seconde <u>(b)</u> sera située <u>en dessous</u> de la droite (d), à <u>25 mm</u> de distance. <u>Mesure la distance du point A</u> à la droite (d). Quelle <u>distance</u> sépare les droites <u>(a) et (b)</u> ? …43… mm







. La droite **perpendiculaire** à un segment qui passe par le **milieu** de ce segment est appelée **MEDIATRICE** de ce segment. Une médiatrice coupe donc un segment en **deux parties égales**.

Ex : [CM] est la médiatrice du segment AB. Donc [AM] = [MB]

La **médiatrice** d'un segment est la **perpendiculaire** qui passe par le **milieu** de ce segment.

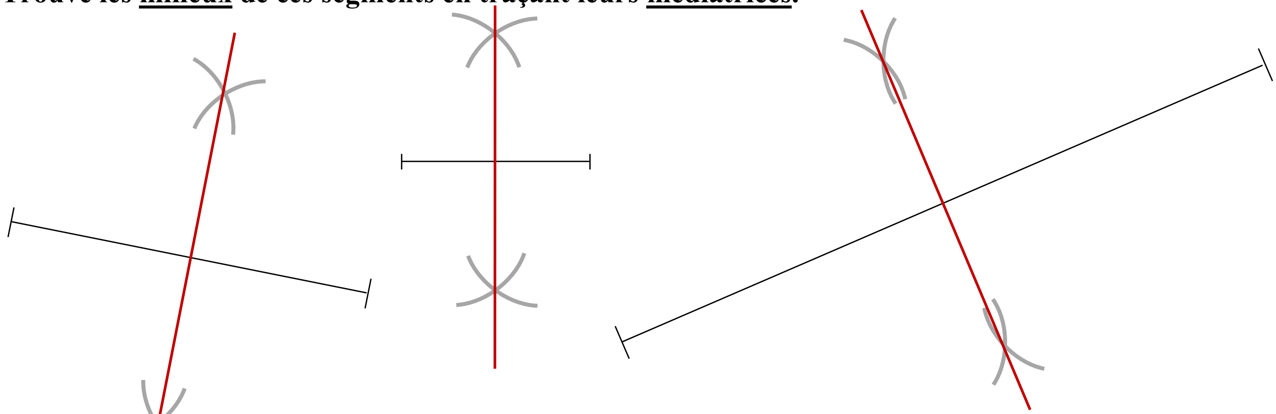
. Pour **trouver le milieu** d'un segment, il suffit donc de **tracer sa médiatrice**.

. La **médiatrice** d'un segment correspond à la **bissectrice** d'un **angle plat**. Chaque point de la médiatrice est donc à **même distance des extrémités** de ce segment. Pour former la médiatrice d'un segment dont on ignore le milieu, on forme donc, à partir de chaque point de ce segment, un **arc de cercle** en gardant le même écartement, d'abord **au-dessus** du segment, puis **en dessous** pour obtenir un deuxième point. On relie ensuite ces deux points.

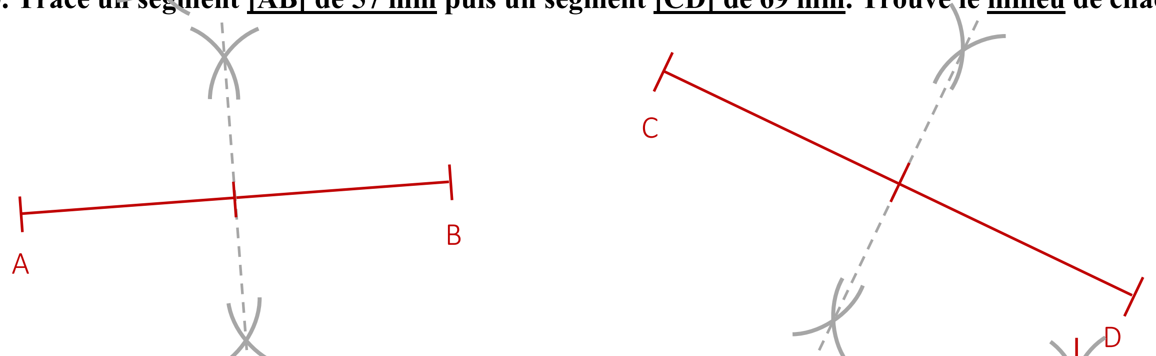
Ex : La droite passant par les nouveaux points C et D est perpendiculaire à [AB] et coupe ce segment en son milieu : c'est la médiatrice de [AB]. (CD) ⊥ (AB) et [AE] = [EB]

4d

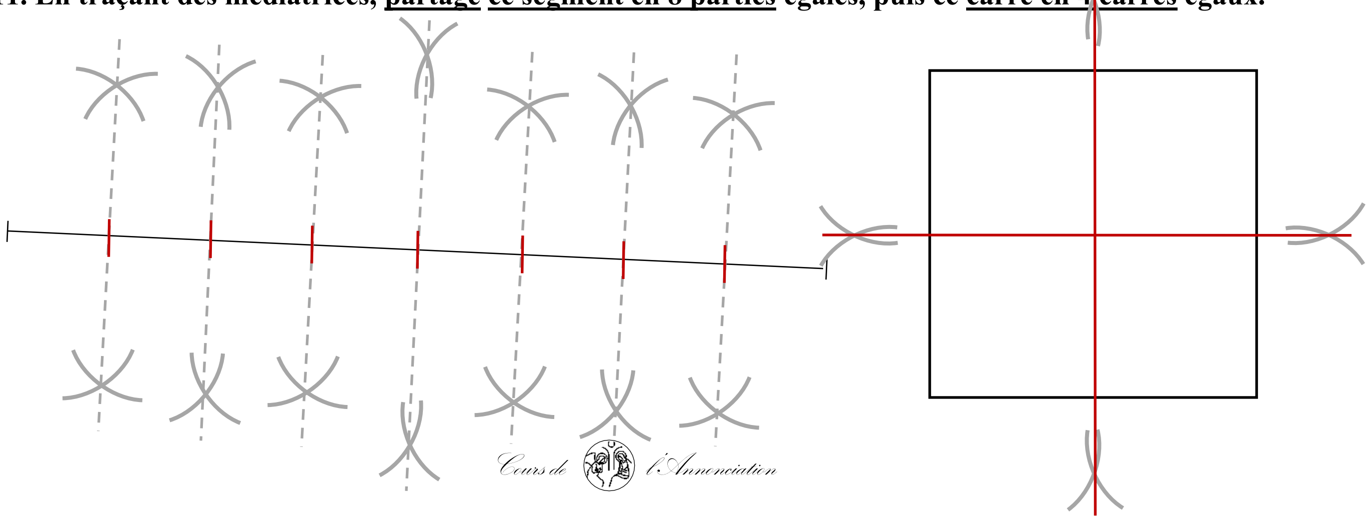
9. Trouve les <u>milieux</u> de ces segments en traçant leurs <u>médiatrices</u>.



10. Trace un segment <u>[AB] de 57 mm</u> puis un segment <u>[CD] de 69 mm</u>. Trouve le <u>milieu</u> de chacun.

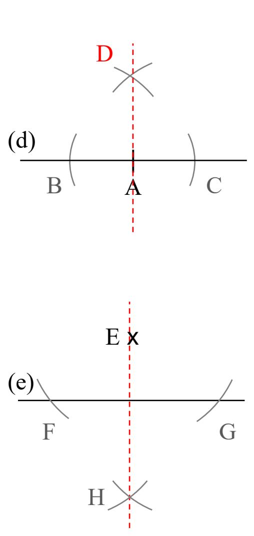


11. En traçant des médiatrices, <u>partage</u> <u>ce segment en 8 parties</u> égales, puis ce <u>carré en 4 carrés</u> égaux.



5a

5- Tracer des droites perpendiculaires et parallèles au moyen du compas



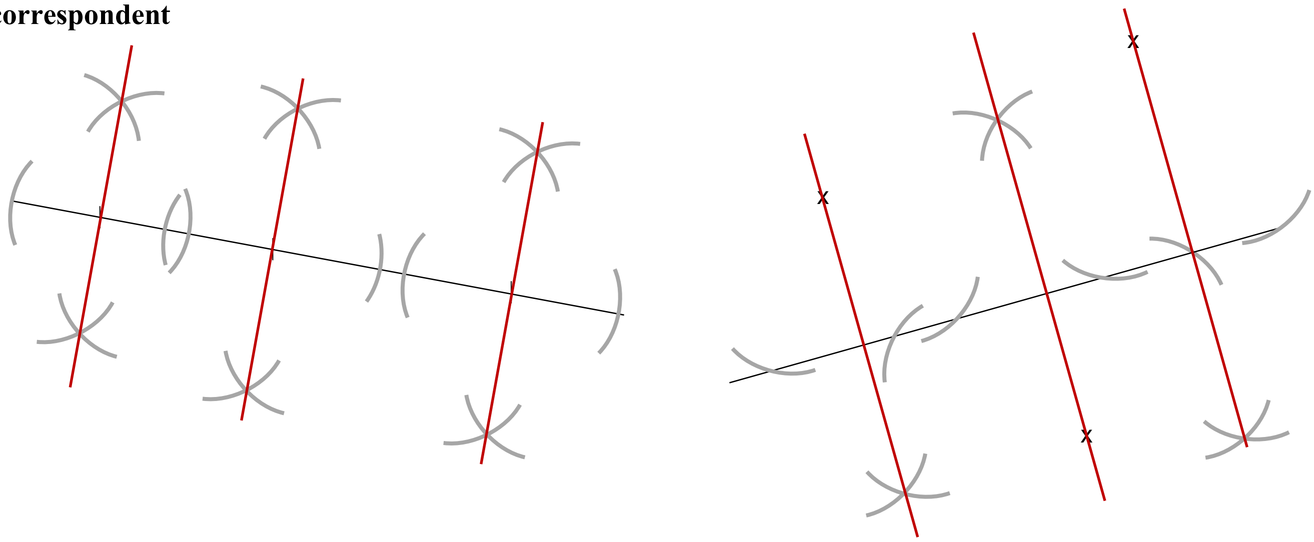
. Quand on doit tracer au compas la **perpendiculaire** à une autre droite passant par un **point de cette droite**, on considère que **ce point sera le milieu du segment** dont la perpendiculaire sera la médiatrice. A partir de ce point, on trace donc à même distance 2 arcs de cercles sur la droite de départ : ce sont les extrémités du segment. A partir de ces nouveaux points, on procède comme pour tracer n'importe quelle médiatrice, sauf que l'on n'a pas besoin de former un point supplémentaire en dessous de la droite.

Ex : La droite passant par A et D est perpendiculaire à (d) : (DA) ⊥ (d)

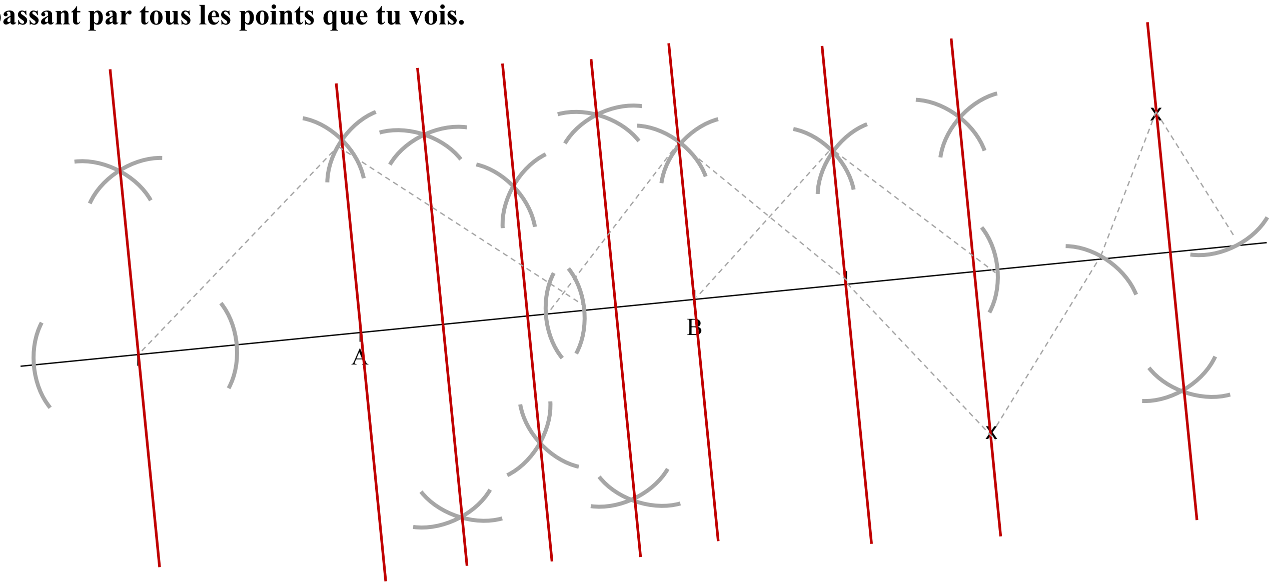
. Si l'on doit tracer au compas une **perpendiculaire** à une droite passant par un **point** situé **en dehors** de cette droite, on trace à partir de ce point, en gardant le même écartement du compas, 2 nouveaux points de part et d'autre sur la droite de départ. A partir de chacun de ces points, on fait en sorte d'obtenir un nouveau point de l'autre côté de la droite de départ.

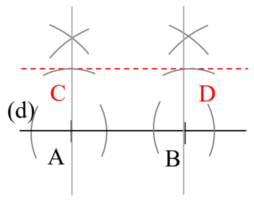
Ex : La droite passant par E et par le nouveau point H est perpendiculaire à (e) : (EH) ⊥ (e).

1. Avec ton compas, trace les perpendiculaires à chaque droite passant par chacun des points qui lui correspondent



2. Coupe le segment [AB] en 4 parties égales, puis trace les perpendiculaires à la droite ci-dessous passant par tous les points que tu vois.





Pour tracer avec un **COMPAS** une droite parallèle à partir de **2 points** de la droite d'origine (ici, A et B) et à une **distance donnée** de cette droite :

. on **trace les perpendiculaires** à la droite de départ qui **passent par ces points**

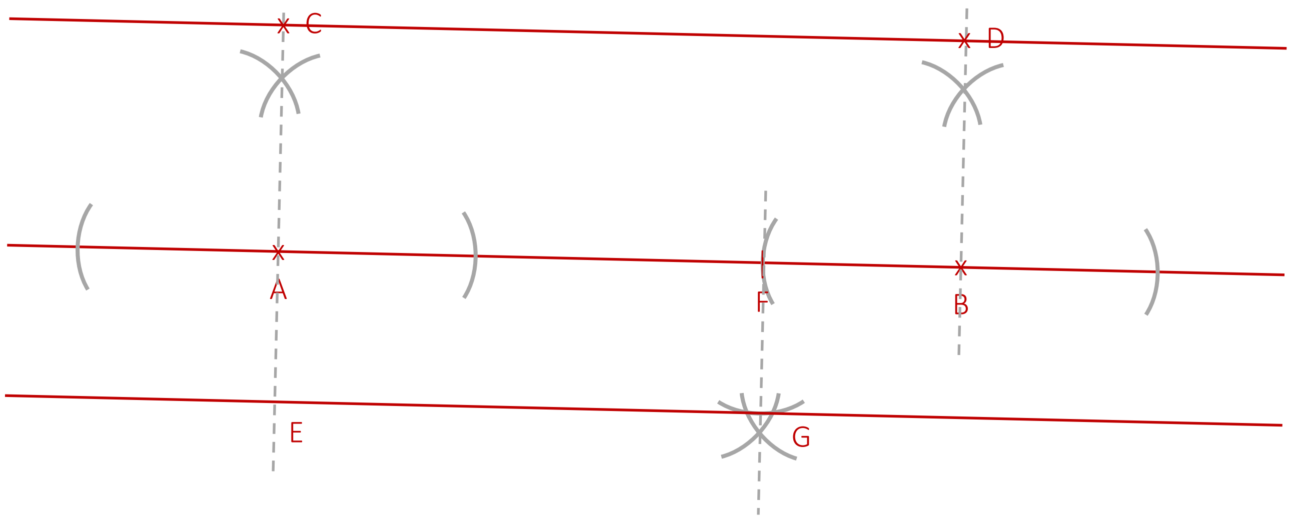
. avec la règle (si la distance est indiquée en cm ou mm) ou après avoir pris avec le compas la mesure de la distance d'un point à la droite, on place sur ces perpendiculaires les **points à la distance demandée** de la droite de départ.

. on **relie** ces deux nouveaux points (ici C et D) : la nouvelle droite est parallèle à la 1ère.
Comme (AC) ⊥ (AB) et (BD) ⊥ (AB) et que [AC] = [BD], on a bien (CD) // (AB).

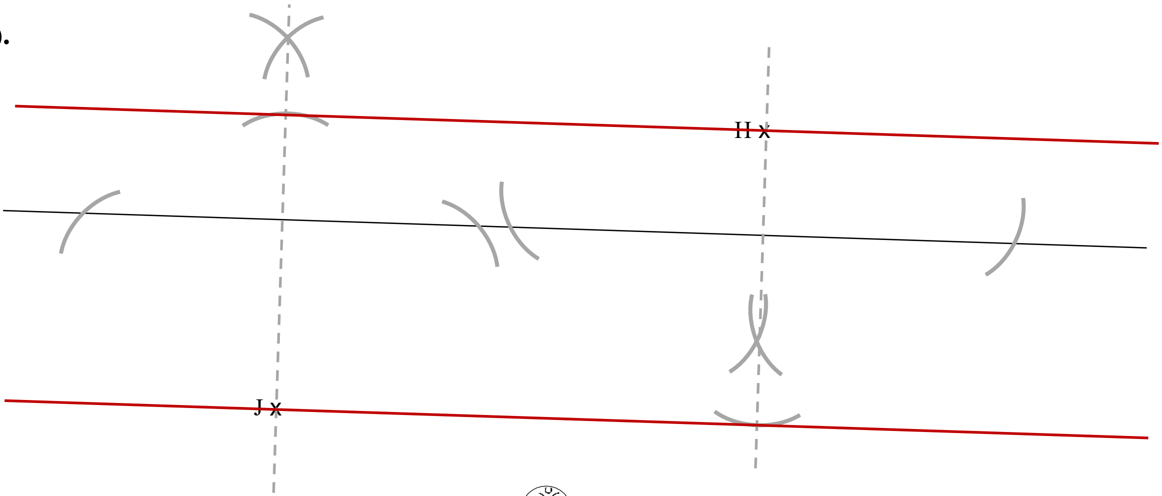
5b

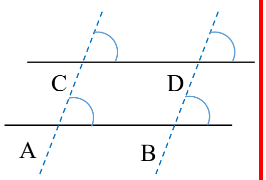
3. Place 2 points A et B tels que <u>[AB] = 9 cm</u>, puis <u>trace la droite</u> (AB) passant par ces points. Avec ton compas, trace ensuite <u>(CD)</u>, <u>parallèle à (AB)</u> et située <u>au-dessus</u> à une distance de <u>3 cm</u> de celle-ci.

De l'autre côté de (AB), place un <u>point E distant de 2 cm de la droite (AB)</u>. Sur la droite (AB), marque un autre <u>point : F</u>. A partir de F, au moyen de ton compas, trace un point G qui te permette de tracer une droite (EG) parallèle à (AB).



4. Trace les parallèles à la droite (d) passant par les points H et J (aide-toi de la leçon 5a puis de cette leçon).

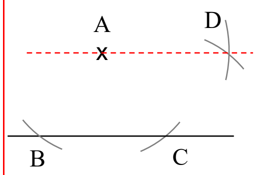




Lorsque 2 droites sont parallèles entre elles et qu'elles comportent des segments de même mesure, si on **relie** les extrémités de ces segments, on obtient deux autres droites parallèles entre elles car elles forment avec les deux droites de départ des angles égaux. Les nouveaux segments ainsi obtenus sont de même mesure.

Ex : (AB) // (CD) ; [AB] = [CD], donc $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D}$; donc (AC) // (BD) et [AC] = [BD]

Pour cette raison, il existe une manière plus simple de tracer avec un compas une droite parallèle passant par un **point extérieur** à la droite de départ :



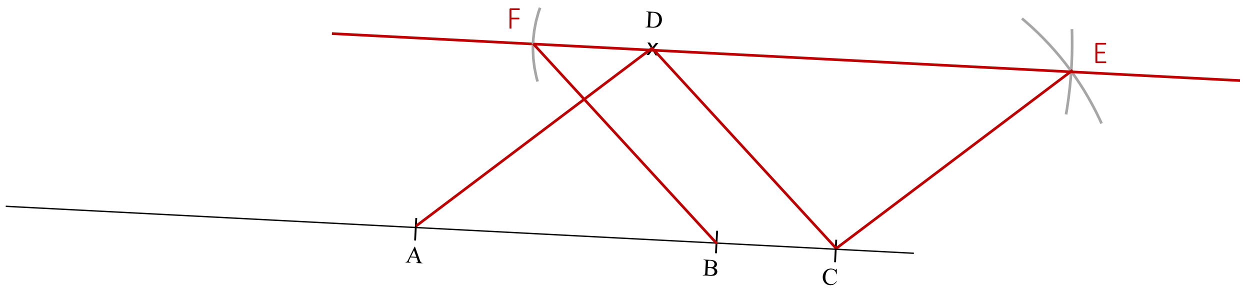
. en plaçant la pointe du compas sur le **point** (A), et, en gardant le même écartement, on trace **sur la droite 2 arcs de cercle**, comme si on voulait tracer la perpendiculaire à la droite de départ ; on nomme ces nouveaux points (B et C, par exemple).

. en gardant le même écartement (la mesure de [AB]), on place la pointe du compas sur le deuxième point de la droite (C) et on **reporte la mesure** en traçant un arc de cercle à droite du point de départ (A).

. on prend **la mesure du segment** obtenu sur la droite ([BC]) et on la **reporte vers la droite** à partir du point de départ (A). Après avoir **nommé** le nouveau point obtenu (ici, D), on le **relie** avec le point de départ.

5c

5. <u>Trace</u> le segment [AD] ; en <u>reportant</u> à partir du point C <u>la mesure</u> de ce segment vers la droite, et à partir du point D celle du segment [AC], forme un <u>point E</u>, puis <u>trace la droite</u> (DE). Prends la mesure du segment [BC] et, à partir du point D, <u>reporte</u>-la sur (DE) vers la <u>gauche</u> : nomme <u>F</u> le point ainsi obtenu. <u>Relie</u> les segments [CE], [CD] et [BF], puis <u>mesure</u> tous les segments obtenus dans cette figure.



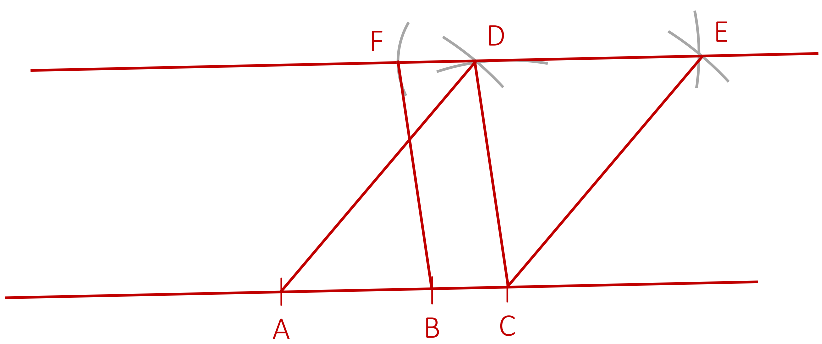
6. Sur une droite, place comme ci-dessus des points A, B, C, mais tels que :

. [AB] = 2 cm et [BC] = 1 cm.

. place au-dessus un point D à 4 cm du point A et 3 cm du point C.

. trace la parallèle à (AC) passant par D.

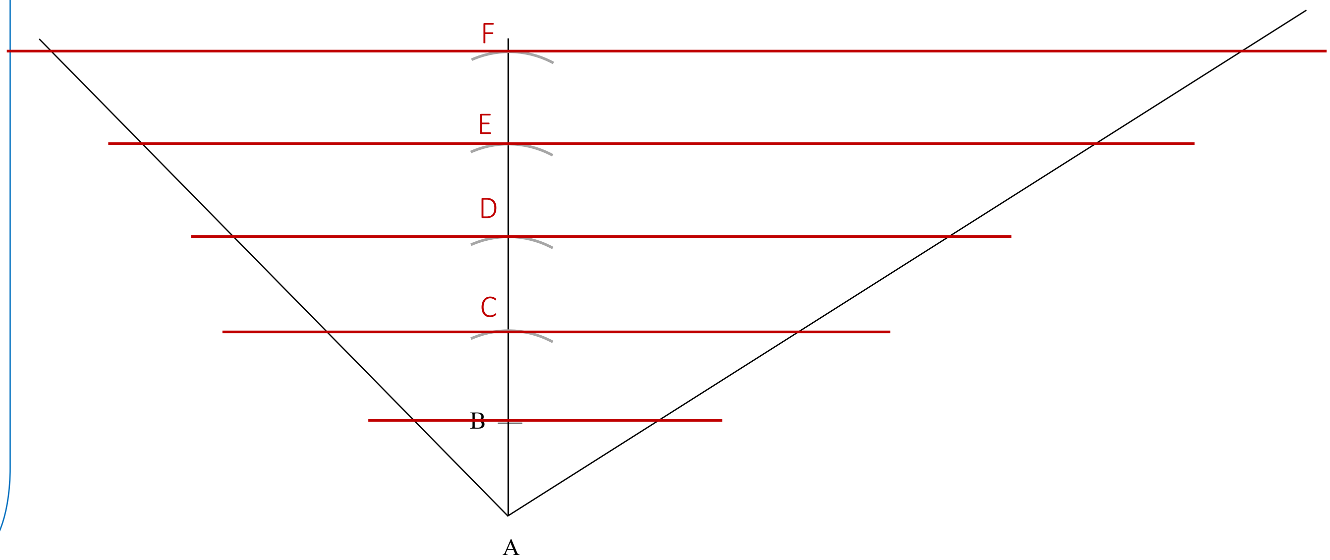
. ajoute, nomme, place et relie les points sur le modèle de la figure précédente.



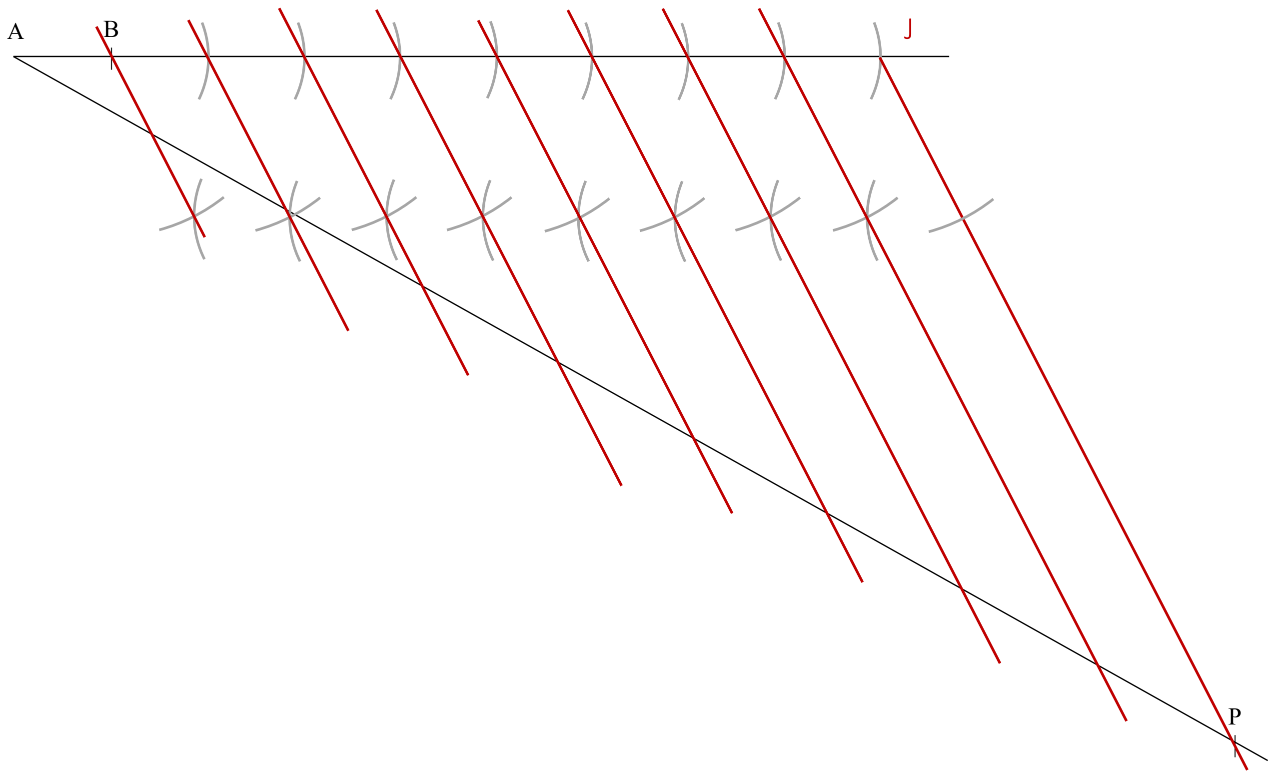
On peut utiliser les droites parallèles pour **découper** n'importe quel **segment** en plusieurs **parties égales**. Il faut pour cela que les droites parallèles soient toutes à même distance les unes des autres.

5d

7. Sur la droite verticale ci-dessous, reporte 4 fois avec ton compas la mesure du segment [AB], de façon à obtenir 5 intervalles égaux. Nomme C, D, E et F les points ainsi obtenus. A gauche comme à droite, trace à l'équerre des droites perpendiculaires à (AB) passant par chacun de ces points et rejoignant les droites situées de part et d'autre. Mesure chacun des segments ainsi obtenus.

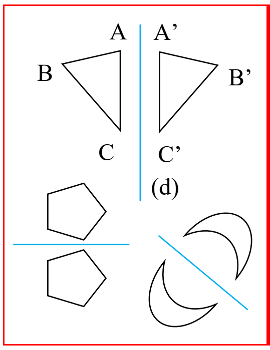


8. Sur la droite (AB) ci-dessous, reporte 8 fois le segment [AB] de sorte à obtenir 9 intervalles égaux. Relie le dernier point (J) ainsi obtenu avec le point P. A l'aide du compas, trace les parallèles à (JP) passant par chacun des points de (AB). Sur la droite (AP), mesure chacun des segments ainsi obtenus.



6- La symétrie

La **symétrie axiale** est une **reproduction** en **miroir** par rapport à un **axe**.



. La symétrie axiale consiste à **reproduire** une figure de manière **identique**, mais **en miroir**, c'est-à-dire construite en **sens inverse** par rapport à une droite appelée « **axe de symétrie** ». Tous les points sont à même distance de celui-ci par rapport à leur point jumeau.

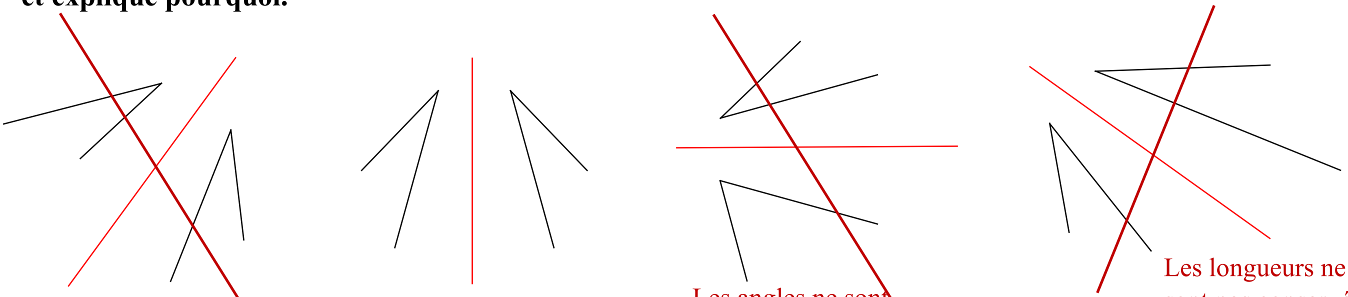
Ex : Les points B et B' (B **prime**) sont tous deux à même distance de la droite (d).

. Comme les figures sont reproduites à l'identique, les longueurs et les angles sont conservés

Ex : [AC] = [A'C'] ; $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$.

6a

1. Parmi ces reproductions qui se veulent symétriques, barre celles qui ne sont pas correctes, et explique pourquoi.



Les longueurs ne sont pas conservées.

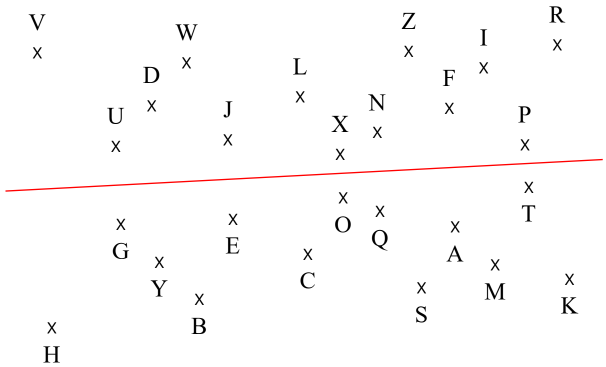
Les angles ne sont pas conservés.

Les longueurs ne sont pas conservées.

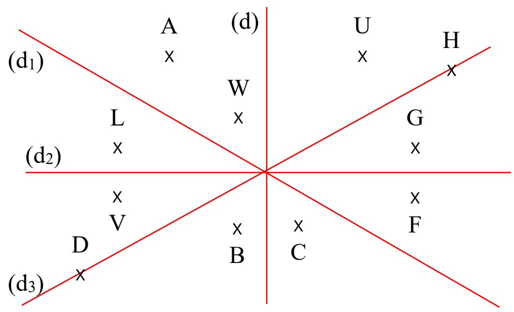
2. <u>Traduis</u> cette phrase codée en <u>remplaçant chaque lettre par son symétrique</u> par rapport à (d).

CF WJFGPJ ZFGHJKF CJ IXQYJ :

LA BEAUTE SAUVERA LE MONDE……………



3. Donne les <u>symétriques</u> de ces points <u>par rapport aux droites</u> indiquées.



de G par rapport à (d) : L.

de L par rapport à (d_2) : V.

de H par rapport à (d_3) : H

de A par rapport à (d_1) : L

de U par rapport à (d) : A

de W par rapport à (d_3) : C.

4. <u>Colorie</u> les triangles correspondant à ces indications :

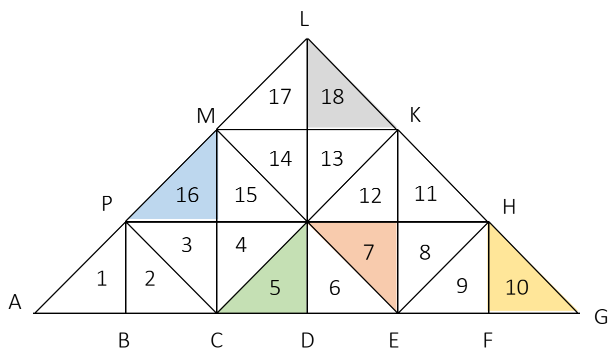
. En **bleu** le symétrique du triangle **3** par rapport à **(PH)**

. En **vert** le symétrique du triangle **10** par rapport à **(KE)**

. En **rouge** le symétrique du triangle **6** par rapport à **(ME)**

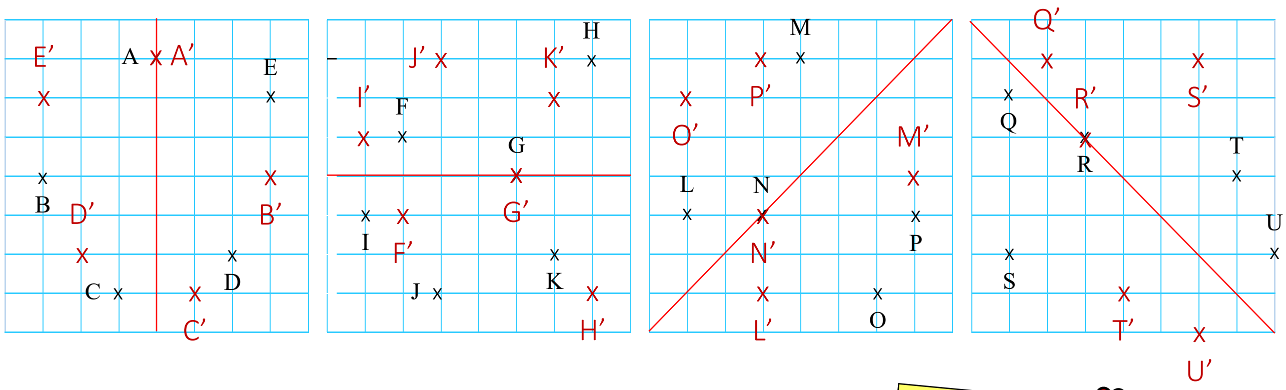
. En **gris** le symétrique du triangle **11** par rapport à **(CK)**

. En **jaune** le symétrique du triangle **1** par rapport à **(LD)**



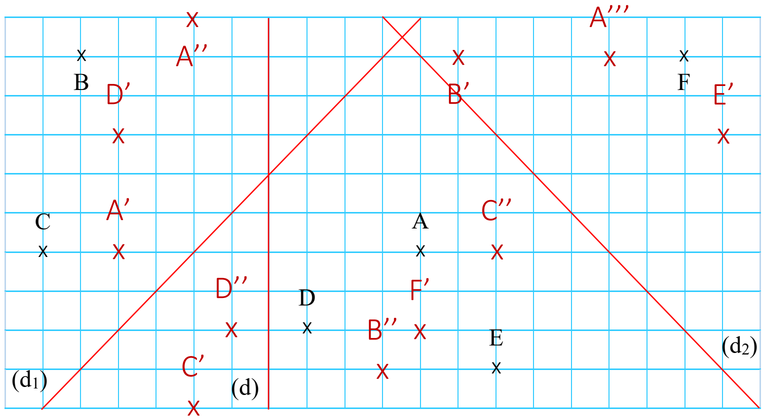
6b

5. En t'aidant du quadrillage, <u>place</u> les symétriques de ces <u>points</u> par rapport à leurs axes.



6. En t'aidant du quadrillage, <u>place</u> ci-dessous les <u>points</u> demandés.

On appelle A' (A **prime**) le point symétrique à un point A par rapport à un axe ou à un autre point.



. A' et B' symétriques de A et B par rapport à (d)

. C' et D' symétriques de C et D par rapport à (d_1)

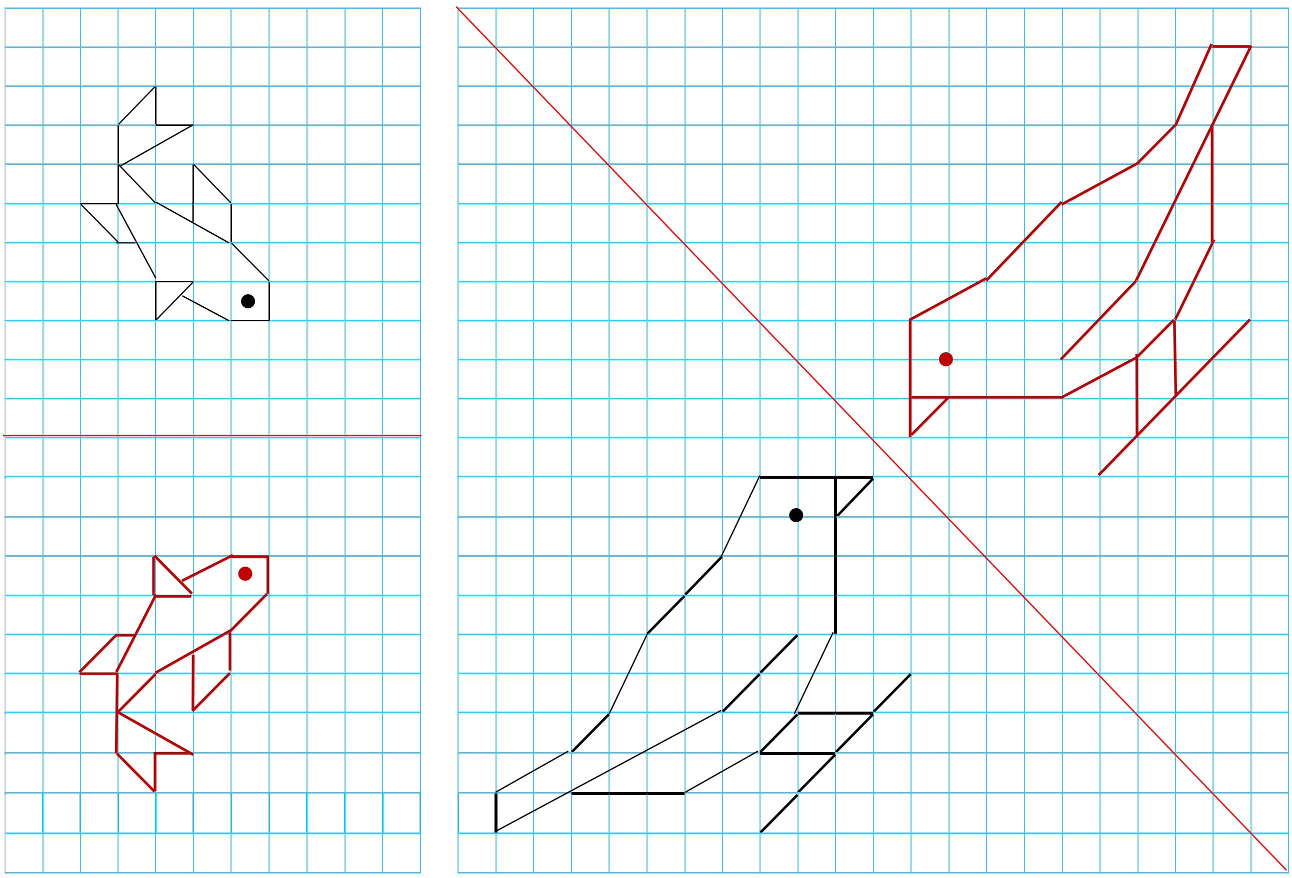
. E' et F' symétriques de E et F par rapport à (d_2)

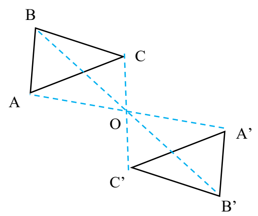
. A'' et B'' symétriques de A et B par rapport à (d_1)

. C'' et D'' symétriques de C et D par rapport à (d)

. A''' symétrique de A par rapport à (d_2)

7. En t'aidant du quadrillage, <u>reproduis</u> ci-dessous les dessins symétriques à ceux-ci.

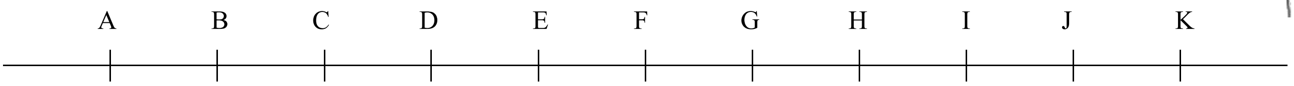




. La symétrie **centrale** consiste à reproduire une figure de manière symétrique non par rapport à un axe, mais par rapport à un **point**. Chaque point de la figure se trouve ainsi à la même distance que son « jumeau » de ce point central, avec lequel tous deux sont alignés.

Ex : A et A' sont alignés avec O, et se trouvent tous deux à la même distance de ce point.

8. Complète ces phrases, après avoir observé cette figure :



. Le point A est symétrique du point E par rapport au point .C

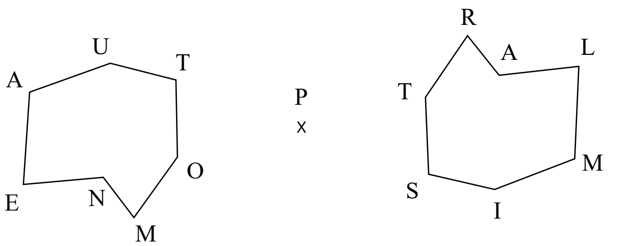
. K a pour symétrique le point E. dans la symétrie de centre H.

. Les points .H et D sont symétriques par rapport au point F.

. La symétrie de centre .F. transforme C en I.

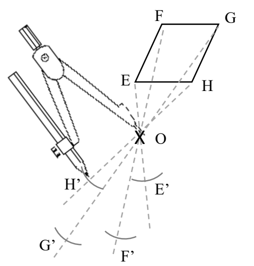
. Dans la symétrie de centre F, le point .B. est l'image du point J.

9. Indique le symétrique de chaque point de la figure AUTOMNE par la symétrie de centre P.



Point	A	U	T	O	M	N	E
Symétrique	M	I	S	T	R	A	L

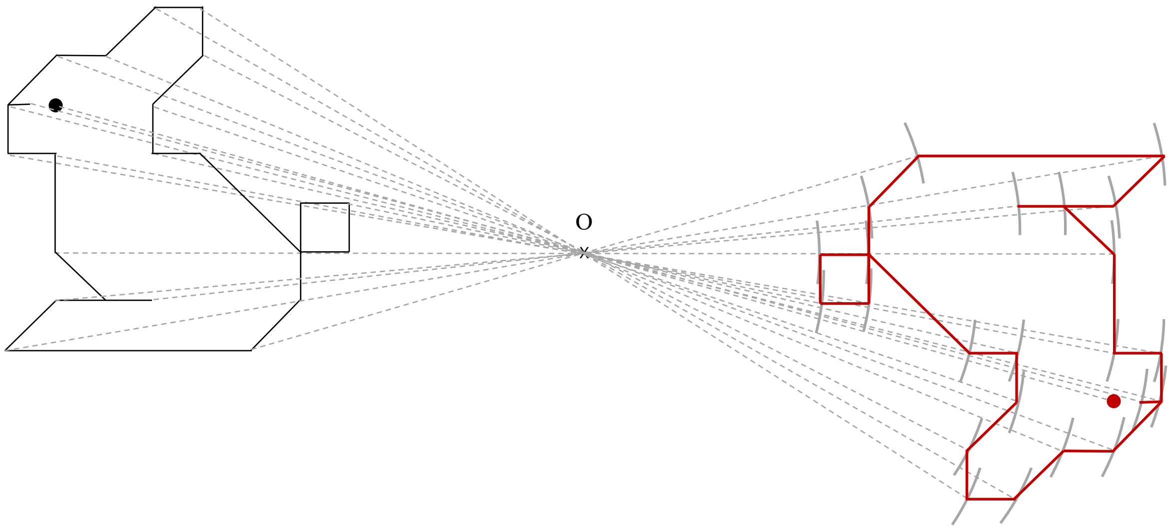
6c



. Pour tracer le symétrique d'une figure par rapport à un point, il faut **utiliser des droites** passant chacune par un **point de la figure** et par le **point central**.

. On place la pointe du **compas sur le point central**, on écarte jusqu'à rejoindre un point de la figure, et on reproduit cet écartement de l'autre côté du point, puis on trace un **arc de cercle**. Ensuite, on **aligne la règle** sur le point de départ et le point central, et on trace un tiret à son intersection avec l'arc de cercle. On **relie** les nouveaux points entre eux **au fur et à mesure**.

10. Construis le symétrique de cette figure par rapport au centre O :



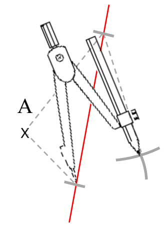
6d

Pour construire sans quadrillage le symétrique d'une figure par rapport à un axe de symétrie, il faut se rappeler que

. les **bissectrices** sont l'axe de symétrie d'un angle (cf fiche 3d)

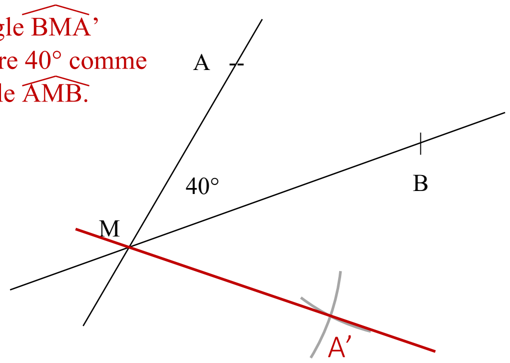
. les **médiatrices** sont l'axe de symétrie d'un segment (cf fiche 4d)

Pour ces raisons, on fait en sorte d'avoir 2 points sur l'axe de symétrie, puis on reporte le point à reproduire de l'autre côté de l'axe, en plaçant la pointe du compas sur un point de l'axe et en traçant un arc de cercle de l'autre côté de l'axe, puis en faisant de même à partir du deuxième point de l'axe.

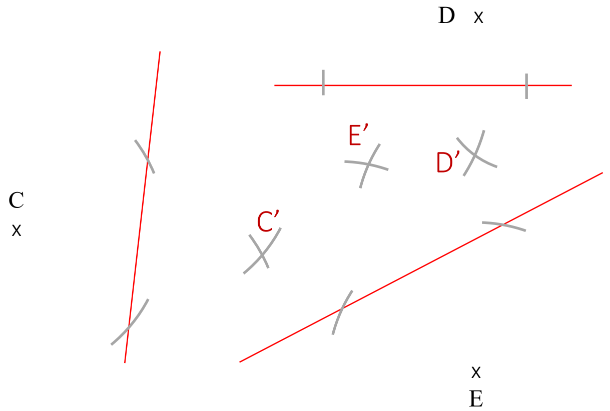


11. Place le point A', symétrique du point A par rapport à (MB). Mesure ensuite l'angle $\widehat{BMA'}$. Que remarques-tu ?

L'angle $\widehat{BMA'}$ mesure 40° comme l'angle $\widehat{AMB}$.



12. Place les symétriques des points ci-dessous par rapport à leurs axes.



13. <u>Place les points</u> demandés selon les instructions suivantes :

. A' symétrique de A par rapport à (d_1)

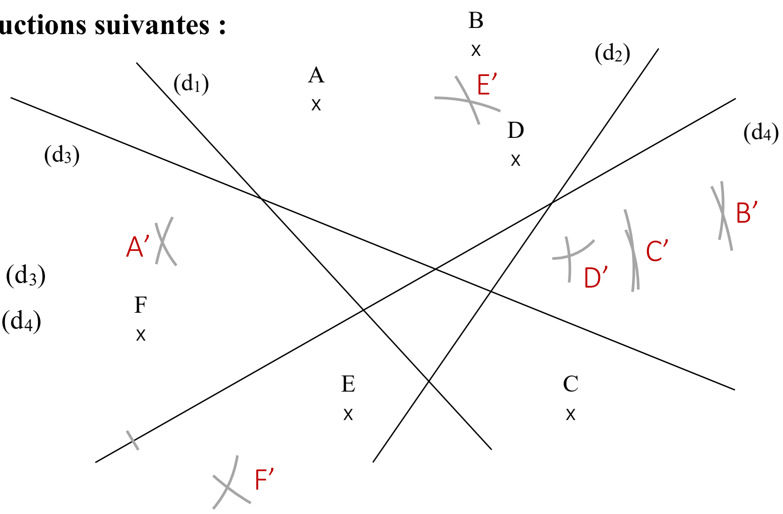
. B' symétrique de B par rapport à (d_2)

. C' image du point C par la symétrie d'axe (d_3)

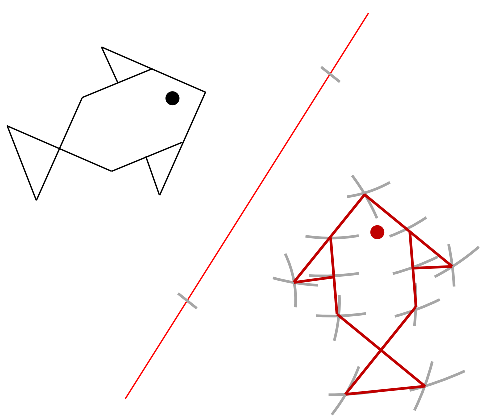
. D' image du point D par la symétrie d'axe (d_4)

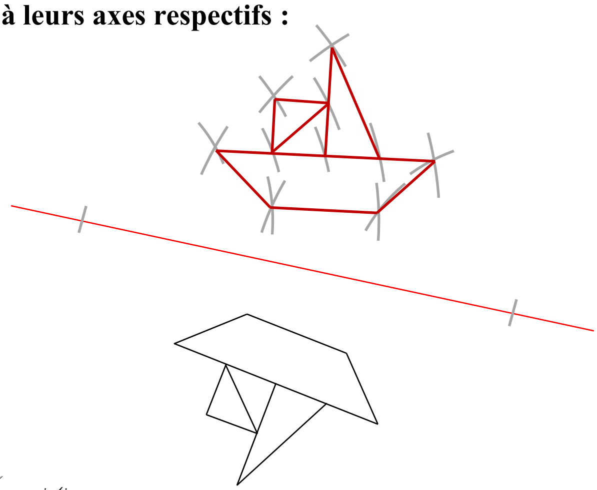
. E' tel que E et E' soient symétriques par rapport à (d_3)

. F' tel que F et F' soient symétriques par rapport à (d_4)

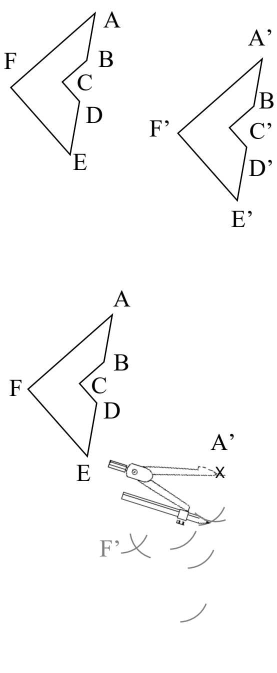


14. <u>Construis les symétriques</u> de ces figures par rapport à leurs axes respectifs :





7- Translation et rotation

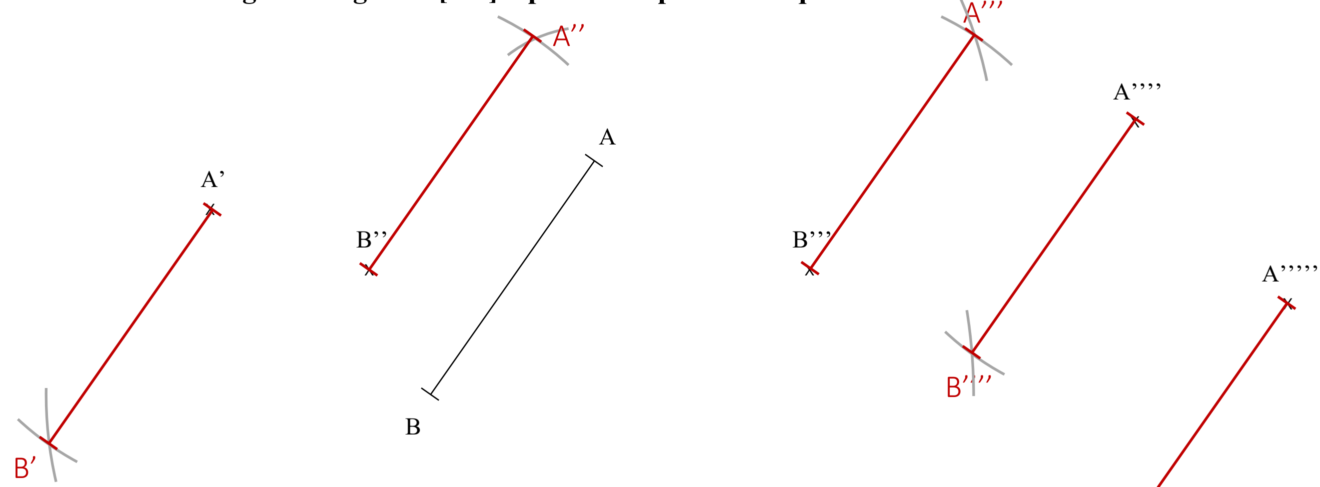


. La **translation** consiste à reproduire une figure à l'identique, mais en un endroit différent : on effectue un glissement. Comme en symétrie, les longueurs et les angles sont conservés.
Ex : [AB] = [A'B'] et $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$.

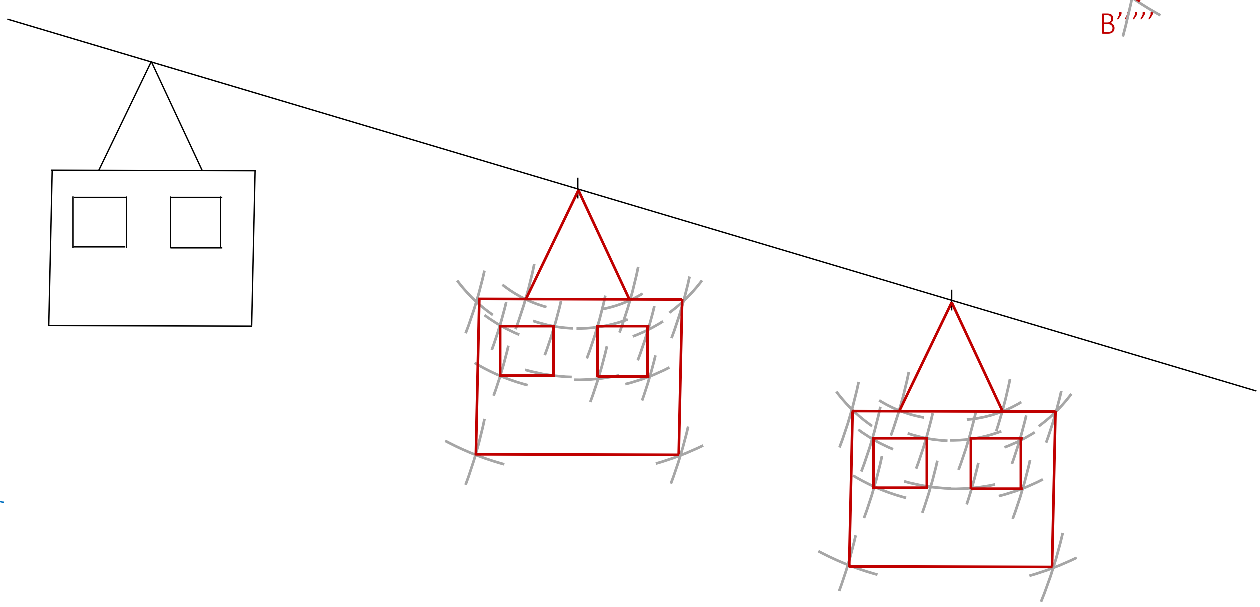
. Pour effectuer une translation en un point donné (ici A'), on prend sur la figure d'origine le point qui lui correspond (A). Avec le compas, on mesure l'écart qui sépare ces deux points.
. En conservant cet écart, on place la pointe du compas sur un autre point de la figure, et on trace un arc de cercle dans la même direction que celle donnée par les deux premiers points (ici A et A'). On fait de même pour tous les autres points de la figure.
. On place la pointe du compas sur le 1^{er} point de la figure d'origine (A), et on prend l'écartement qui le sépare du 2ème point de cette figure (B). En conservant cet écartement, on place la pointe du compas sur l'image du 1er point (A'), et on trace un arc de cercle dans la même direction que celle des 2 premiers points de la figure (A et B). Le croisement des 2 arcs de cercle correspond à l'image du 2ème point de la figure d'origine (B'). On fait de même pour tous les autres points de la figure, puis on les relie entre eux, sans oublier de les nommer.

7a

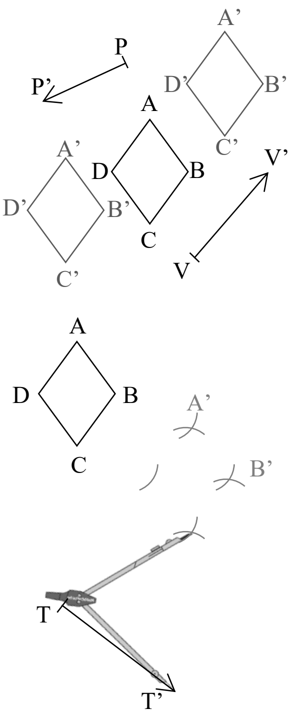
1. Construis les images du segment [AB] à partir des points indiqués.



2. <u>Reproduis</u> cette cabine de téléphérique au niveau des points placés sur le câble.



7b



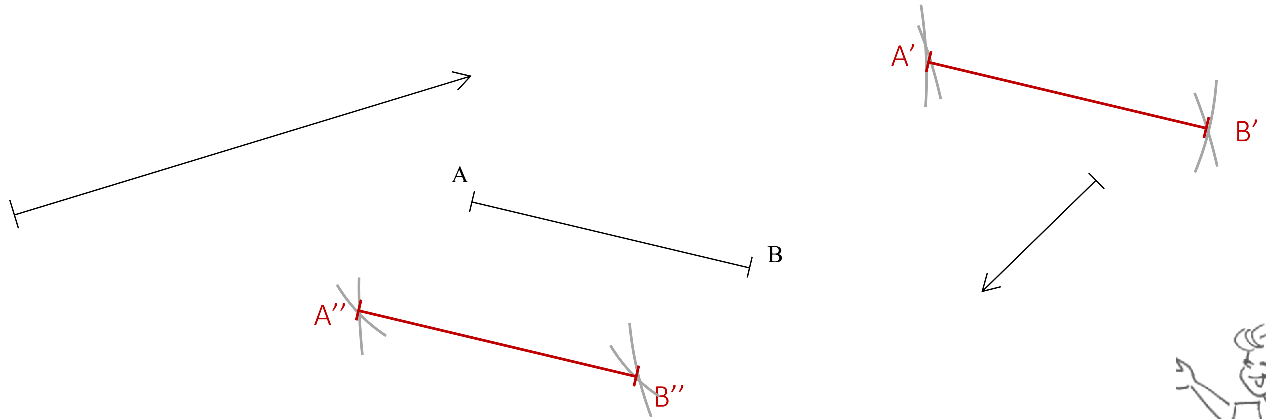
. On peut aussi avoir à effectuer une translation dont les modalités (l'orientation, la direction et la longueur) sont indiquées par un segment en forme de flèche, que l'on nomme un **vecteur**. On écrit le nom des vecteurs en traçant dessus une petite flèche.

Ex : La translation du losange ABCD a été faite ici à gauche selon le vecteur $\overrightarrow{PP'}$ et à droite selon le vecteur $\overrightarrow{VV'}$.

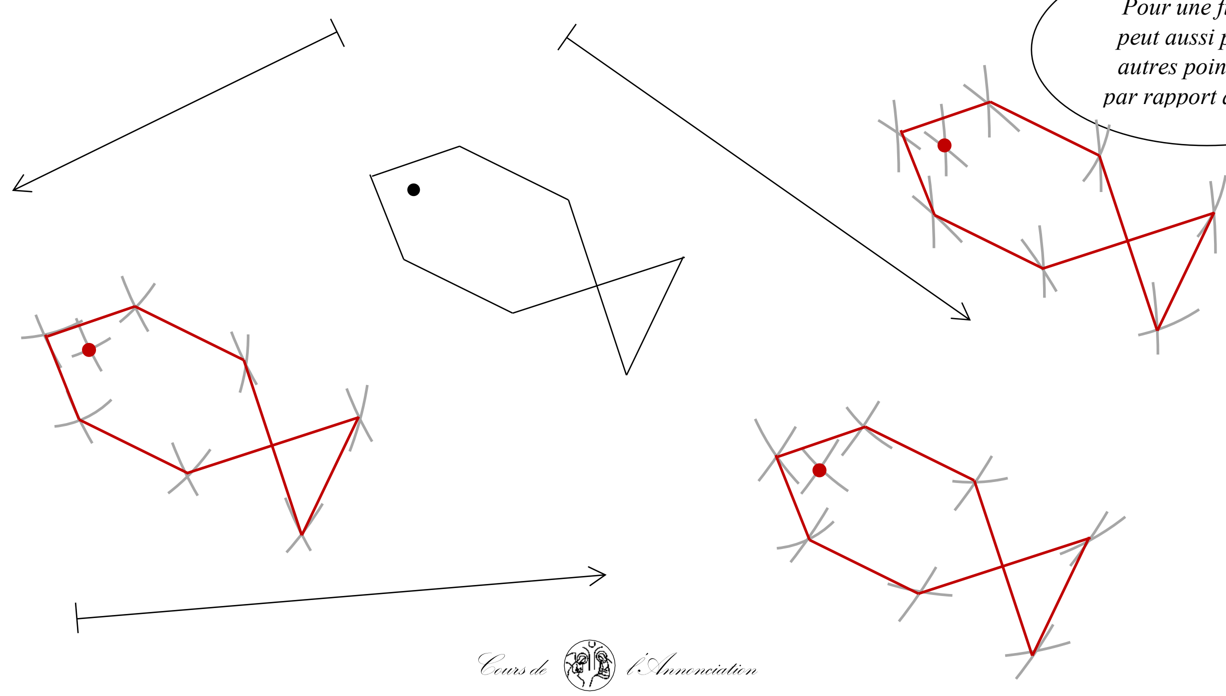
. Pour effectuer la translation d'une figure d'après un vecteur, on commence par mesurer avec le compas la longueur du vecteur (ici $\overrightarrow{TT'}$). Puis, en conservant cette mesure et en plaçant la pointe du compas sur un point de la figure, on trace, dans la direction indiquée par le vecteur, un petit arc de cercle. On fait de même pour chaque point de la figure.

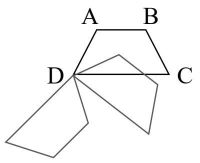
. On place la pointe du compas sur le point de **départ** du vecteur (T), et on mesure l'écart qui le sépare d'un point de la figure (ici, C). En gardant cet écartement, ainsi que cette direction, on place la pointe du compas sur le point **d'arrivée** du vecteur (T'), et on trace un arc de cercle, qui normalement croise celui que l'on a obtenu lors de la 1ère étape. Le croisement de ces deux arcs de cercle forme l'image du point concerné. On fait de même pour les autres points de la figure, puis on les relie, sans oublier de les nommer.

3. Construis les images du segment [AB] en appliquant les translations indiquées par les vecteurs ci-dessous.



4. Reproduis ce poisson en appliquant les translations indiquées par les vecteurs ci-dessous.



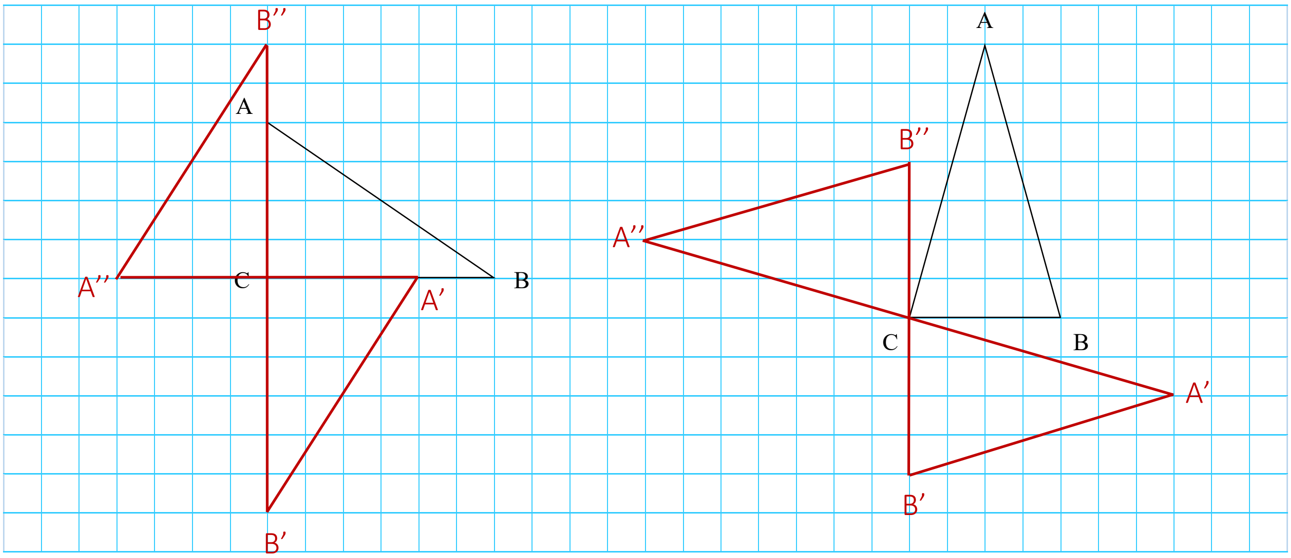


. Effectuer la **rotation** d'une figure consiste à la faire tourner sur elle-même, sans la déplacer. Elle se fait à partir d'un point qui correspond au **centre** de la rotation, et selon un **angle** indiqué.
Ex : La rotation du trapèze ABCD a été effectuée à partir d'un centre D et selon un angle de 38° vers la droite, puis de 135° vers la droite encore.

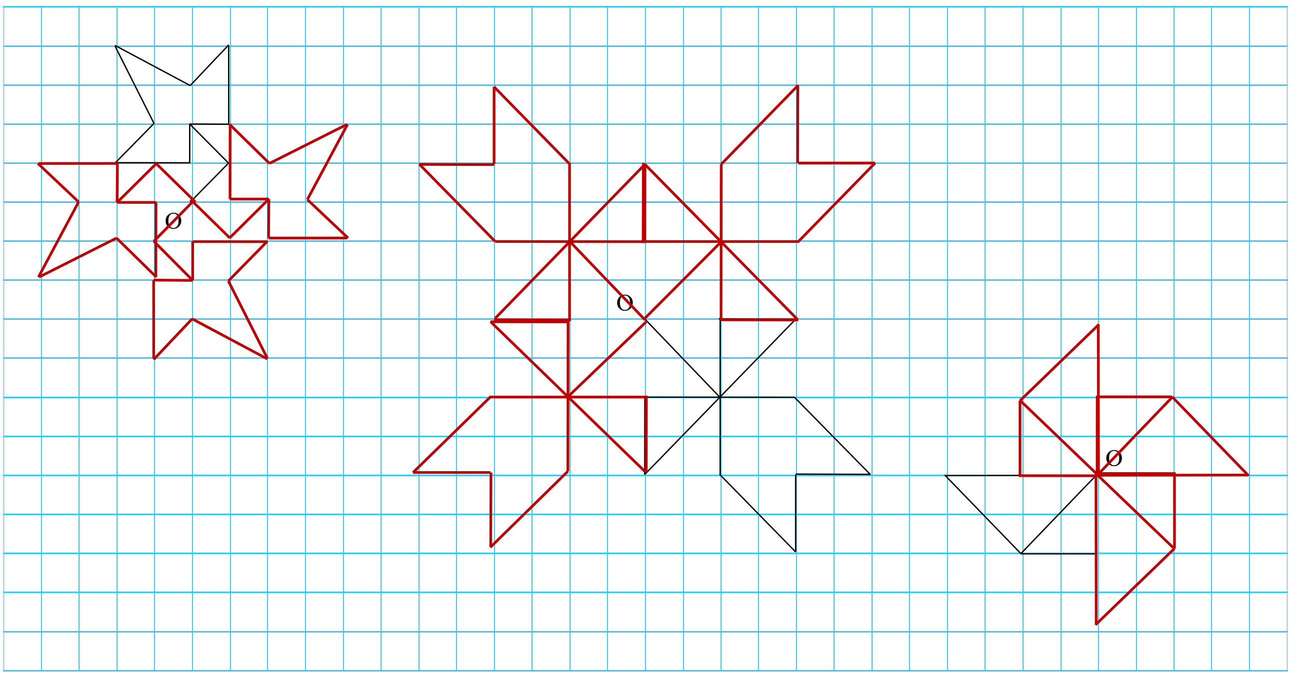
. Comme en symétrie et en translation, les mesures ainsi que les angles de la figure sont parfaitement conservés. On peut donc **placer les points les uns par rapport aux autres**.

7c

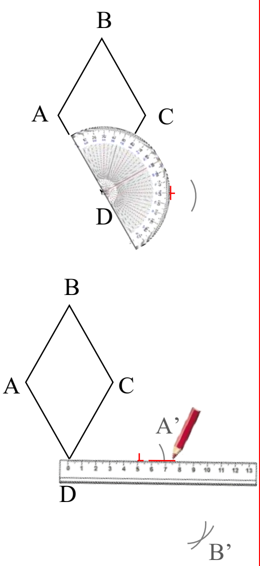
5. En t'aidant du quadrillage, effectue la rotation de ces deux triangles, de <u>90° vers la droite</u>, puis de <u>90° vers la gauche</u>, autour de leur point C.



6. En t'aidant du quadrillage, effectue pour chacune de ces figures une rotation de <u>centre O</u>, de <u>90° vers la droite</u>, et ce trois fois pour chacune (chaque fois par rapport à la rotation précédente).



7d



. Pour effectuer une **rotation** sans quadrillage, on utilise le rapporteur pour mesurer les angles.

. On place le centre du rapporteur (cf fiche 3b) sur le point centre de la rotation (ici D), et on l'aligne avec le point dont on veut construire l'image (ici A). Au niveau de la mesure demandée (ici 120°), on trace une petite croix.

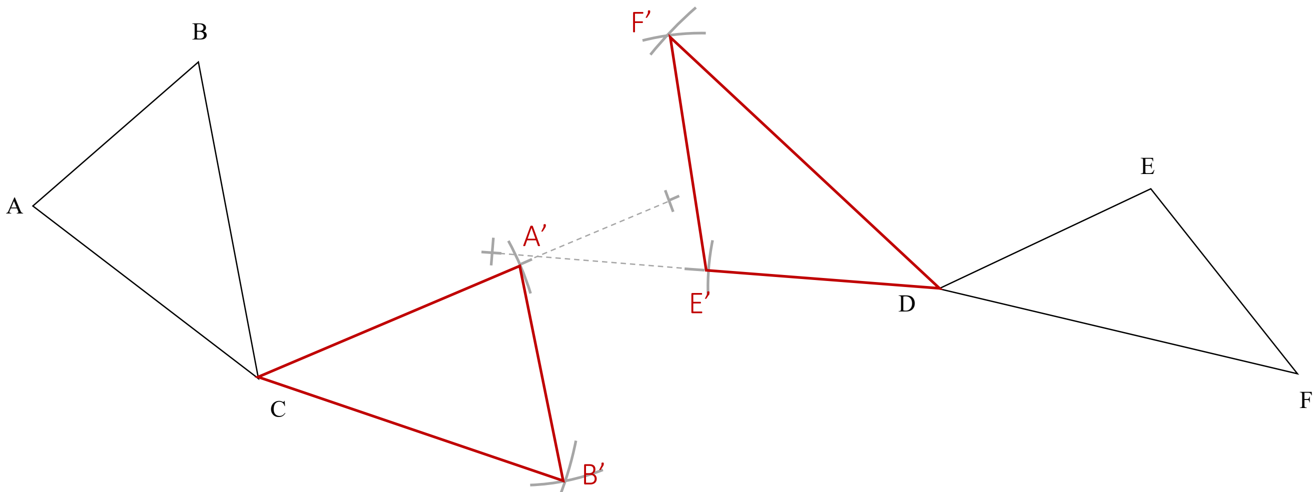
. On place la pointe du **compas** sur le centre (D), et celle du crayon sur le point à reproduire (A). On reporte cette mesure vers le petit point qui marque l'angle, en traçant un arc de cercle.

. On aligne la **règle** sur le centre (D) et le point marquant l'angle, et on trace un petit trait au niveau de l'arc de cercle. On obtient ainsi un point (A') qui est, par rotation, l'image du point d'origine (A).

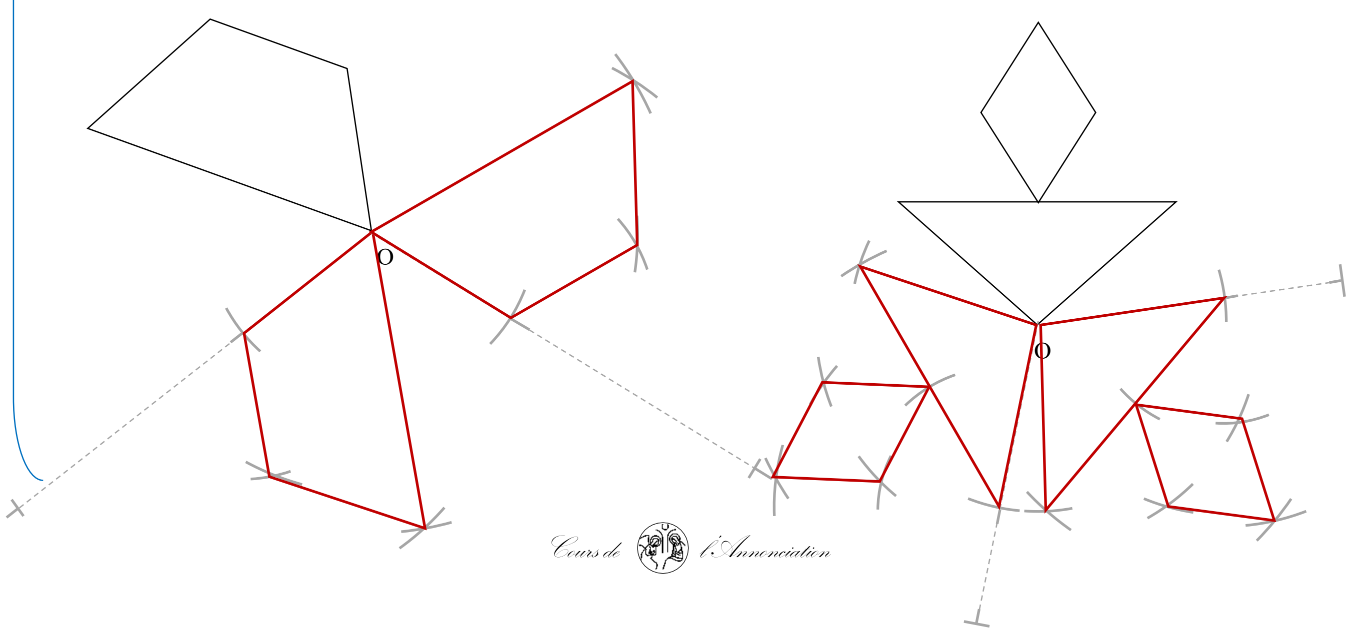
. On fait de même pour les autres points. Mais on peut aussi placer les autres points de la figure les uns par rapport aux autres, à l'aide du compas, en reportant les mesures qui séparent ces points des autres points de la figure.

Ex : Pour placer le point B', à partir de D on reporte la mesure de [DB], puis à partir de A' on reporte la mesure de [AB]

7. Construis l'image <u>A'B'C'</u> du triangle ABC par la rotation de <u>centre C</u> et d'angle <u>100° vers la droite</u>, puis construis l'image <u>D'E'F'</u> du triangle DEF par la rotation de <u>centre D</u> et d'angle <u>150° vers la gauche</u>.

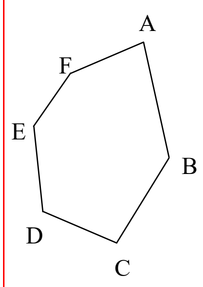


8. Pour chaque figure, construis son image par la rotation de <u>centre O</u> et d'angle <u>120° vers la gauche</u>, puis fais de même en effectuant une nouvelle rotation, de même centre, mais d'angle <u>130° vers la droite</u>.



8- Polygones, périmètres, surfaces et volumes

8a



. Un polygone (de *poly* : plusieurs ; *gone* : angle) est une figure formée d'une **ligne brisée fermée**. Les segments qui le constituent s'appellent ses **côtés** ; chaque segment forme avec le suivant un angle dont le **sommet**, quand il est nommé, peut servir à nommer la figure et chacun des côtés.

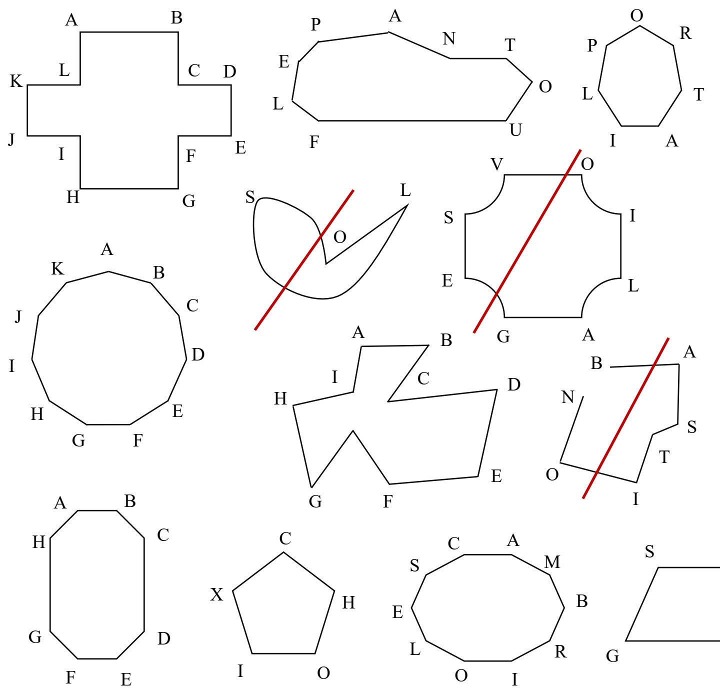
Ex : Les sommets de ce polygone sont A, B, C, D, E et F. Le polygone s'appelle donc ABCDEF. Ses côtés sont [AB], [BC], [CD], [DE], [EF], et [FA].

. On identifie les polygones selon le **nombre** de leurs côtés ou de leurs sommets (autant de sommets que de côtés : cf leçon sur les intervalles) : les triangles (*tri* : **3**), les quadrilatères (*quadri* : **4**), les pentagones (*penta* : **5**), les hexagones (*hexa* : **6**), les heptagones (*hepta* : **7**), les octogones (*octo* : **8**), les ennéagones (*ennéea* : **9**), les décagones (*déca* : **10**), les hendécagones (*hendéca* : **11**) et les dodécagones (*dodéca* : **12**).

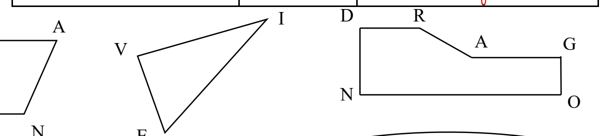
Ex : Le polygone ABCDEF a **6** sommets et donc 6 côtés : c'est un **hexa**gone.

Polygone : ligne **brisée fermée**
Autant de **côtés** que de **sommets**

1. Observe ces figures : barre celles qui ne sont pas des polygones.
Complète ensuite le tableau en ce qui concerne chaque polygone.



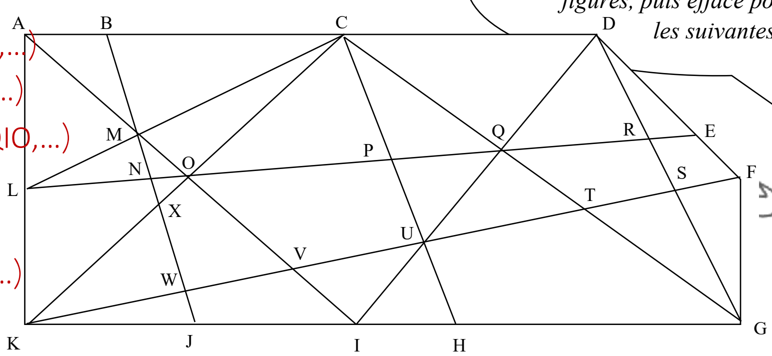
Nom du polygone	Nombre de **côtés**	**Nature** du polygone
ABCDEFGHIJKL	12	dodécagone
PANTOUFLE	9	ennéagone
PORTAIL	7	heptagone
ABCDEFGHIJK	11	hendécagone
ABCDEFGHI	9	ennéagone
ABCDEFGH	8	octogone
CHOIX	5	pentagone
CAMBRIOLES	10	décagone
SANG	4	quadrilatère
VIE	3	triangle
DRAGON	6	hexagone



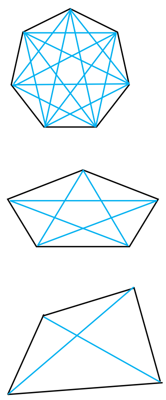
2. Dans cet ensemble, trouve les figures demandées, et nomme-les.

Pour t'aider, repasse au crayon sur les contours possibles des figures, puis efface pour trouver les suivantes.

. 1 triangle : ABM (ou BCM, CDQ,...)
. 1 quadrilatère : CQIO (ou PRSU,...)
. 1 pentagone : MOCUW (ou CPQIO,...)
. 1 hexagone : PQDFGH (ou ...)
. 1 heptagone : OCQDFUI (ou ...)
. 1 octogone : MCPQTUHJ (ou ...)



8b



. On distingue aussi les polygones selon la **mesure** de leurs côtés et de leurs angles :

. les **réguliers** ont tous leurs côtés de **même** longueur, **et** tous leurs angles de **même** mesure.

Ex : Cet heptagone est régulier : tous ses côtés et tous ses angles sont de même mesure.

. les **irréguliers** ont des côtés et des angles de mesures différentes, mais ils ont des **caractéristiques remarquables** (côtés parallèles, angles opposés égaux, angle droit,…)

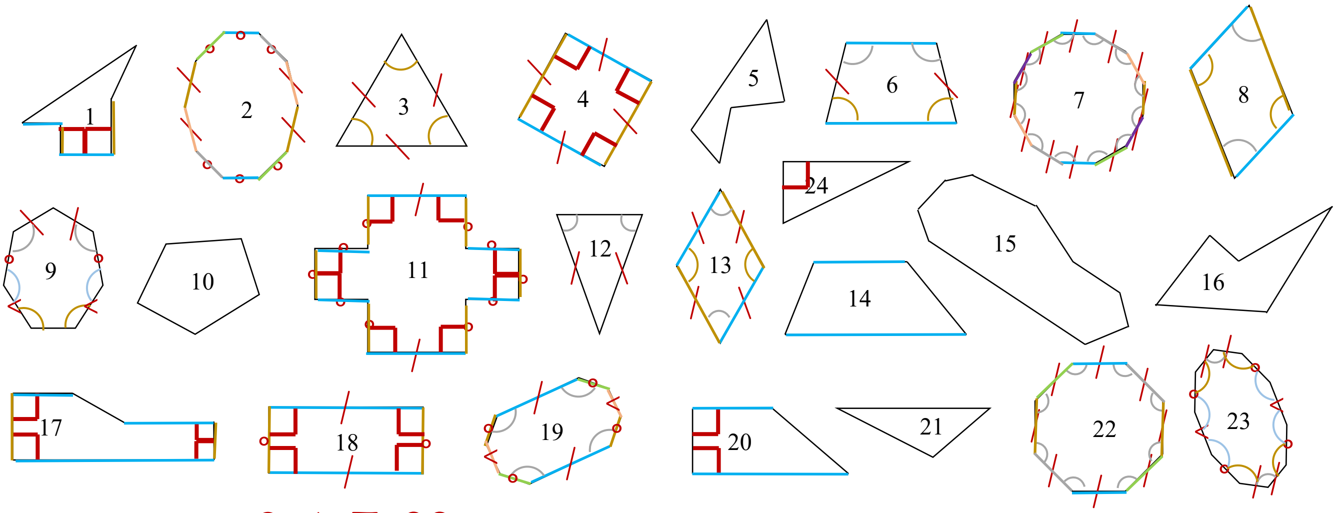
Ex : Ce pentagone est irrégulier : il a des côtés et des angles égaux 2 à 2.

. les **quelconques** n'ont pas de caractéristiques, ou pas assez pour être remarquables.

Ex : Ce quadrilatère est quelconque : il ne présente aucune particularité.

. Chaque droite qui relie 2 sommets non consécutifs d'un polygone s'appelle une **diagonale**.

3. Mets en valeur toutes les caractéristiques remarquables (marque les angles droits, marque d'une même couleur les segments ou les angles de même mesure, fais ressortir les parallèles), puis recopie le chiffre de chaque polygone sur la ligne qui lui correspond.

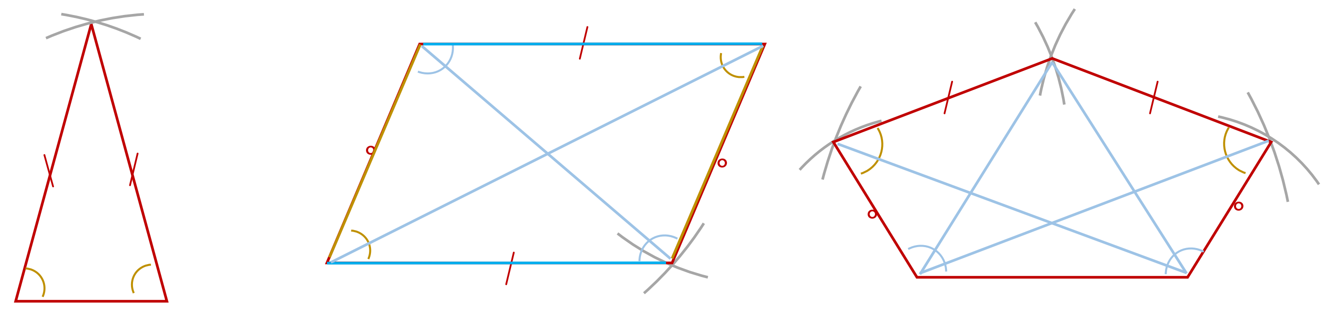


Polygones réguliers : 3, 4, 7, 22

Polygones irréguliers : 2, 6, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 18, 19, 20, 23, 24

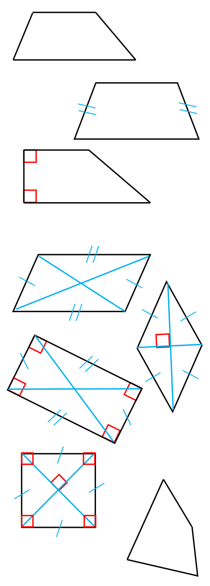
Polygones quelconques : 1, 5, 10, 15, 16, 17, 21

4. Au moyen de ton compas, de ton équerre et de ta règle, forme 3 polygones irréguliers : un triangle, un quadrilatère, et un pentagone ; dessus, mets en valeur leurs caractéristiques remarquables, trace leurs diagonales, puis, au-dessous, identifie leur nature.



triangle quadrilatère pentagone

8c



Les **quadrilatères** sont, avec les triangles, les polygones les plus courants. Parmi eux, on distingue

. Les **TRAPEZES** : ils ont **2 côtés parallèles** de longueurs différentes, appelés **bases**.

. le trapèze **quelconque** ne présente pas de caractéristique particulière autre

. dans le trapèze **isocèle**, les 2 autres **côtés** sont **égaux**, et les **angles** sont **égaux 2 à 2**

. le trapèze **rectangle** comporte **2 angles droits**

. Les **PARALLELOGRAMMES** : leurs **côtés opposés** sont **parallèles et égaux**, leurs **angles opposés** sont **égaux**, et leurs **diagonales** se **coupent en leur milieu**.

. le parallélogramme **quelconque** ne présente pas de caractéristique particulière autre

. le **losange** a **4 côtés égaux**, et ses **diagonales** sont **perpendiculaires**

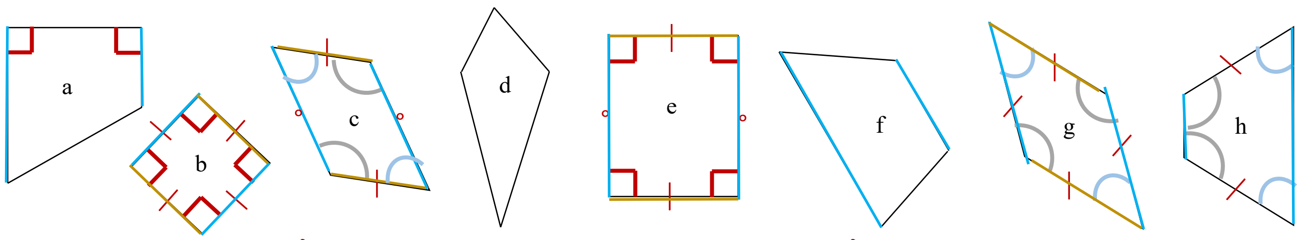
. le **rectangle** a **4 angles droits** et des **diagonales** de **même longueur**

. le **carré** a **4 côtés égaux**, **4 angles droits**, ses **diagonales** sont **perpendiculaires** et **égales**

. Un quadrilatère qui n'est ni un parallélogramme ni un trapèze est un quadrilatère **quelconque**.

. La somme des angles d'un quadrilatère est toujours de **360°**.

5. Signale toutes les caractéristiques remarquables de ces polygones, puis identifie chacun avec précision.



a : trapèze rectangle
b : carré
c : parallélogramme
d : Quadrilatère quelconque
e : rectangle
f : trapèze quelconque
g : losange
h : trapèze isocèle

6. Réponds à ces questions :

. Combien y a-t-il de polygones réguliers parmi les quadrilatères ? Nomme-le(s).
1 : le carré

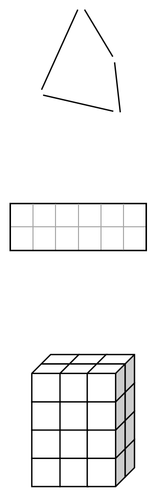
. Combien y a-t-il de polygones irréguliers parmi les quadrilatères ? Nomme-le(s).
5 : parallélogramme, losange, rectangle, trapèze isocèle, trapèze rectangle

. Quel est la valeur du 4ème angle d'un quadrilatère quelconque dont les 3 premiers mesurent 45°, 85° et 65° ? 165 °
. Un des angles aigus d'un certain losange vaut 60°. Quelle est la valeur d'un des angles obtus de ce losange ? 120 °
. Combien valent ensemble les angles opposés aux angles droits d'un trapèze rectangle ? 180 °
. Un trapèze isocèle a un angle aigu de 50°. Quelle est la valeur d'un des angles obtus de ce trapèze ? 130 °
. Un quadrilatère a 3 angles droits. Quelle est la mesure de son 4ème angle ? 90 °
. Quels quadrilatères ont des diagonales qui se croisent en formant un angle droit ? le carré et le losange
. Quels quadrilatères ont des diagonales de même longueur ? le carré et le rectangle
. Quels quadrilatères ont au moins 2 angles droits ? le carré, le rectangle et le trapèze rectangle

8d

. Longueur : **m**
. Aire : m^2
. Volume : m^3

NB : le **point** n'a pas de dimension. .



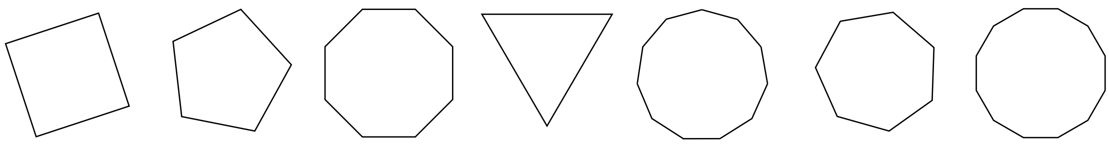
Toute figure géométrique peut être considérée au regard de 3 dimensions :

. La **longueur** constitue **1** dimension. Son unité de mesure de référence est le mètre (**m**). On mesure la longueur d'un segment, et l'on calcule la longueur du **périmètre** d'une figure, généralement en additionnant les longueurs de chaque côté de cette figure.

. La longueur et la **largeur** sont **2** dimensions différentes qui permettent de calculer, par une multiplication, l'**aire** d'une figure plane, c'est-à-dire de mesurer la **surface** qu'elle occupe. Cela revient à chercher le nombre de **carrés d'un mètre de côté** qu'elle peut contenir. C'est pourquoi son unité de mesure est le mètre **carré** (m^2).

. La longueur, la largeur et la **hauteur** sont **3** dimensions différentes, qui permettent de calculer, par une multiplication, le **volume** d'un solide, c'est-à-dire **l'espace** qu'il occupe. Cela revient à chercher le nombre de **cubes d'un mètre d'arête** qu'il peut contenir. C'est pourquoi son unité de mesure est le mètre **cube** (m^3)

7. Calcule le périmètre de ces polygones réguliers, en considérant que chacun de leurs côtés mesure 3 dm :



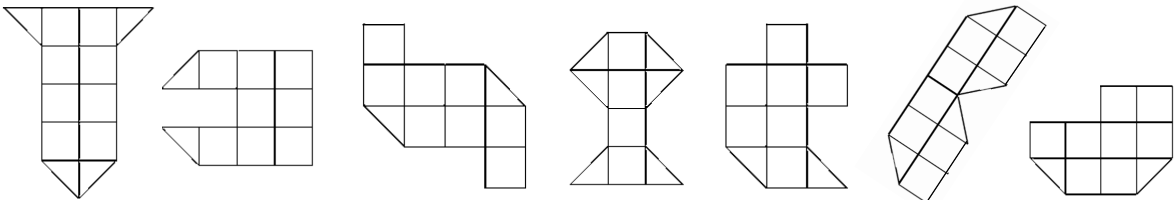
12 dm ... 15 dm ... 24 dm ... 9 dm ... 33 dm ... 21 dm ... 36 dm

N'oublie pas de préciser chaque fois l'unité de mesure.

. Un hexagone régulier a 5 m de côté. Quel est son périmètre ? ......30 m......

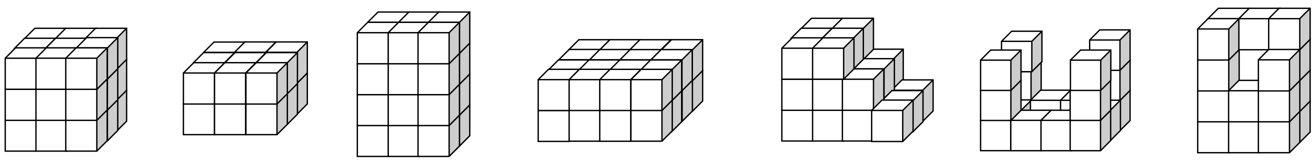
. Trouve le côté d'un losange qui aurait le même périmètre que celui de cet hexagone. ......7,5 m......

8. En considérant que le côté de chaque carré mesure 1 dam, estime l'aire de chacune de ces figures :



10 dam² ... 9 dam² ... 9 dam² ... 7 dam² ... 8 dam² ... 10 dam² ... 9 dam²

9. En considérant que chaque cube a une arête d'1 cm, estime le volume de chacun de ces solides :

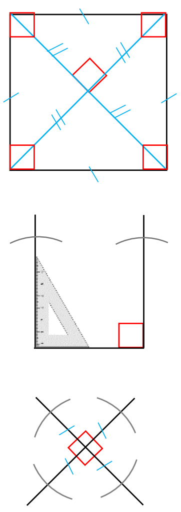


27 cm³ ... 18 cm³ ... 24 cm³ ... 32 cm³ ... 27 m³ ... 18 cm³ ... 21 cm³

15 cm³ ... 25 cm³ ... 32 cm³ ... 32 cm³

9- Du carré au cube

9a



. Le carré est un quadrilatère **régulier** :

. ses 4 **côtés** sont égaux, et parallèles 2 à 2

. ses 4 **angles** sont droits

. Les **diagonales** du carré sont perpendiculaires et égales **;** elles se coupent en leur milieu ; ce sont les axes de symétrie du carré ; leur point de rencontre est le centre du carré.

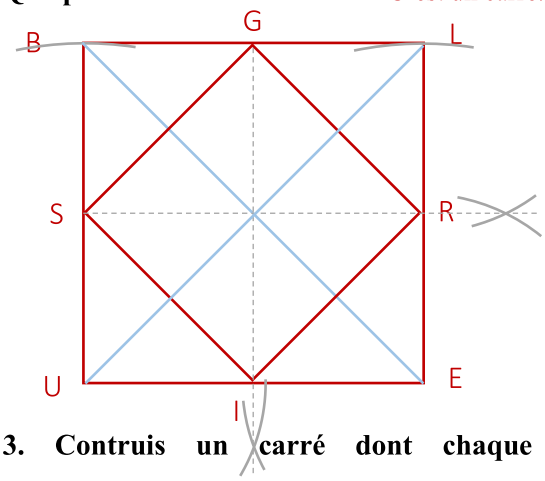
. Il existe 2 manières de **construire** un carré :

. on commence par tracer un **côté**. A partir de ce segment, on élève 2 perpendiculaires, que l'on délimite à la mesure du segment de départ. On relie ensuite les deux points obtenus.

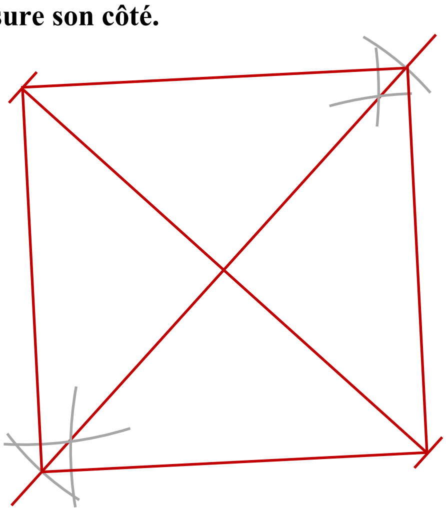
. on commence par tracer 2 droites perpendiculaires : ce seront les **diagonales** du carré. A partir de leur point d'intersection, on délimite 4 segments de même mesure, puis on relie les 4 points ainsi obtenus.

1. Contruis un carré BLEU de 45 mm de côté, puis trace ses diagonales. Place les points G, R, I, S sur les milieux des côtés, puis relie-les de sorte à obtenir le quadrilatère GRIS.

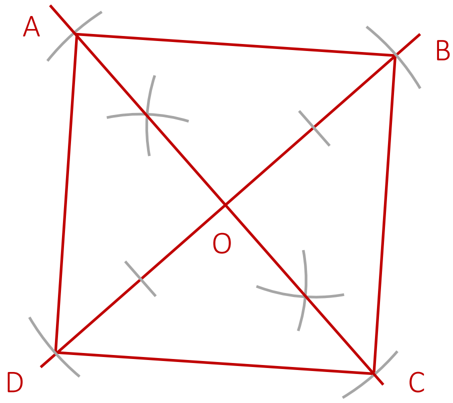
Que peux-tu dire de celui-ci ? C'est un carré.



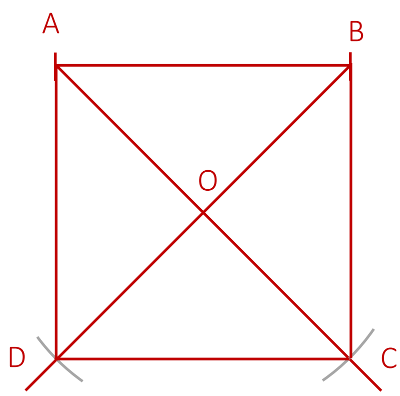
3. Contruis un carré dont chaque diagonale mesure 72 mm (cf fiche 4d)**, puis mesure son côté.**

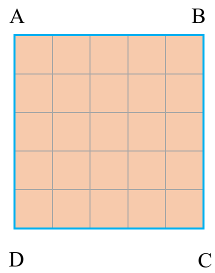


2. Trace en oblique 2 droites perpendiculaires qui se coupent en un point O, puis place les points A, B, C, D, tels que [OA] = [OB] = [OC] = [OD] = 3 cm. Relie ces points, puis vérifie que la figure obtenue est un carré.



4. Construis en haut un segment [AB] de 39 mm. A partir de A, trace un angle de 45° vers B. Fais de même à partir de B vers A. Nomme O le point où se croisent les demi-droites ainsi obtenues. Place les points C et D tels que [OA] = [OB] = [OC] = [OD]. Vérifie que tu as obtenu un carré.





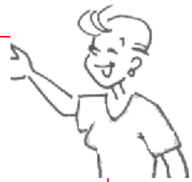
. Pour calculer le **périmètre** (la mesure du tour) du carré, on multiplie le **côté** (c) par **4**.

*Inversement, pour trouver la mesure d'un **côté**, on **divise** le **périmètre (p)** par **4**.*

. Pour calculer l'**aire** du carré, on multiplie le **côté** par lui-même.

*Inversement, pour trouver la mesure d'un **côté**, on cherche le **nombre** qui, quand on le **multiplie par lui-même**, donne ce résultat.*

Ex : En considérant que chaque carré mesure 1 cm de côté, le **périmètre** du carré ABCD mesure 5 cm **x 4** = 20 **cm**, et son **aire** (rose) mesure **5 cm x 5 cm** = 25 **cm²**.



Périmètre du carré : c x **4**
Aire du **carré** : **c** x **c** *ou* **c²**

5. Sur ton ardoise, calcule les différentes mesures de chacun de ces carrés, puis écris les résultats.

Côté	30 cm	0,5 m	18 m	9 m	28 dm	10 cm	0,6 dm
Périmètre	120 cm	2 m	720 m	36 m	112 dm	40 cm	2,4 dm
Aire	900 cm²	2,5 m²	324 m²	81 m²	784 m²	100 cm²	3,6 dm²

6. Résous rapidement ces problèmes (au choix pour les 7 suivants – si nécessaire, calcule sur ton ardoise).

. Calcule le périmètre et la surface d'un carré dont le côté mesure 40 m : P = 160 m A = 1 600 m²

. Le périmètre d'un carré mesure 200 m. Calcule son côté, puis son aire : C = 50 m A = 2 500 m²

. Une cour carrée a 64 m² de surface. Quel est son côté ? Son périmètre ? C = 8 m P = 32 m

9b . Quelle est la surface d'un carré dont le périmètre mesure 12 m ? 9 m² (c = 12 m ÷ 4 = 3 m)

* . Plié en 4, un mouchoir repassé a 76 cm de périmètre. *Quel est le périmètre réel de ce mouchoir ?* 152 cm

* . Un jardin public de forme carrée a 156 m de côté. *En combien de pas de 60 cm un petit garçon en fera-t-il le tour ?*
P = 156 m × 4 = 624 m L'enfant fera 62 400 cm ÷ 60 cm = 1 040 pas

* . Avec 1 500 m de fil de fer, on pourrait faire 7 fois le tour d'un carré et il en resterait encore 65 m. *Quelle est la longueur du côté de ce carré ?* 51,25 m (1 500 m – 65 m = 1 435 m 1435 m ÷ 7 = 205 m 205 m ÷ 4 =)

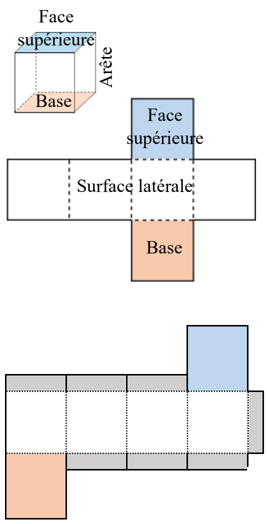
* . Sur un terrain carré de 30 m de côté, on construit une maison qui occupe un espace carré de 7 m de côté. *Quelle est la surface restante ?* 900 m² – 49 m² = 851 m²

* . Un damier de 64 cases forme un carré de 80 cm de périmètre. Ces cases sont, dans les deux sens, alternativement blanches et noires. *Quel est le côté d'une case ? Combien y a-t-il de cases de chaque couleur par côté du damier ?*
Côté d'une case : 20 cm ÷ 8 = 2,5 cm Cases n/b par côté : 8 ÷ 2 = 4

* . On veut recouvrir le couvercle d'une boîte carrée de 80 cm de périmètre avec une feuille de papier de couleur carrée dont le périmètre mesure 120 cm. *Quelle surface de papier restera inemployée ?* (80 cm ÷ 4 = 20 cm 20 cm × 20 cm = 400 cm²)
Surface inemployée : 900 cm² – 400 cm² = 500 cm²

* . Un grand terrain de lotissement a la forme d'un carré dont le côté mesure 300 m. En l'arpentant on s'est trompé et on n'a trouvé que 299 m. On calcule la surface avec cette donnée. *Quelle a été l'erreur commise ? Quelle aurait été cette erreur si, au lieu de trouver 300 m de côté, on avait trouvé 301 m ?* 90 000 m² – 89 401 m² = 599 m²
90 601 m² – 90 000 m² = 601 m²

Cube :
6 faces carrées, **12** arêtes, **8** sommets
Aire du **cube** : aire d'une face x **6**



. Un **cube** est un **solide** composé de

. 6 **faces** carrées **identiques** et parallèles 2 à 2. Celle du *bas* se nomme la base.

. 12 **arêtes** (les côtés des carrés), parallèles 4 à 4.

. 8 sommets.

. Pour calculer l'**aire** d'un cube (la surface occupée par l'ensemble de ses faces) :

. on calcule l'**aire** de n'importe quelle **face** (puisque toutes sont identiques)

. on **multiplie** cette aire **par 6** (puisqu'un cube comporte 6 faces)

. Pour **construire** un cube, on commence par dessiner un **patron** que l'on découpera :

. on construit les faces latérales les unes à côté des autres

. au-dessus, on construit la face supérieure ; en-dessous, on construit la base

. on ajoute des **languettes** pour pouvoir fixer les faces ensemble

7. Sur une feuille blanche, en t'aidant du modèle ci-dessus, dessine le patron d'un cube dont chaque arête mesure 5 cm et chaque languette mesure 15 mm de largeur. Ensuite, découpe ton patron puis assemble les faces en encollant les languettes. Vérifie le nombre de faces, d'arêtes et de sommets du cube.

8. Complète le tableau ci-dessous.

Longueur d'une **arête**	3 dm	5 cm	6 cm	7 dam
Longueur **totale** des **arêtes**	36 dm	60 cm	72 cm	84 dam
Aire d'une **face**	9 dm²	25 cm²	36 cm²	49 dam²
Surface totale du cube	54 dm²	150 cm²	216 cm²	294 dam²

9c

9. Résous ci-dessous les problèmes suivants :

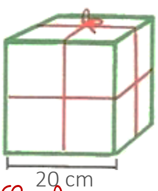
. *Combien d'angles droits compte-t-on sur un cube ?* 4 × 6 = 24 angles droits

. *Quelle est la surface latérale d'un cube de 3 cm d'arête ?* 3 cm × 3 cm × 4 = 36 cm²

. *Que deviennent la longueur totale des arêtes, et la surface totale du cube, si on double la longueur des arêtes ?*
On double la longueur totale des arêtes, et on quadruple la surface totale du cube
(cf 1ère et 3ème colonnes du tableau)

. On veut fabriquer une boîte cubique, sans couvercle, de 6 cm d'arête. *Quelle surface de carton faudra-t-il pour cela ?*
Il faudra 6 cm × 6 cm × 5 = 180 cm² de carton

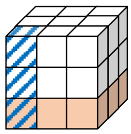
. Le périmètre de la base d'un cube mesure 16 cm. *Calcule la longueur totale des arêtes, et la surface totale de ce cube.*
Arêtes : 4 cm × 12 = 48 cm   Surface totale : 16 cm² × 6 = 96 cm²



. Pour emballer le cadeau d'anniversaire de son petit frère, Aurélie fabrique en carton une boîte de forme cubique. Elle assemble chaque face au moyen d'un scotch de couleur, et entoure en tous sens le paquet d'un bolduc rouge. Elle compte en tout 30 cm pour faire un beau nœud.
Aide-la à prévoir la surface de carton, ainsi que les longueurs de scotch et de bolduc nécessaires.

Surface : 2 400 cm²   Scotch : 240 cm   Bolduc : 270 cm

Volume d'un cube :
c x **c** x **c** *ou* c³
soit aire de la **base x côté**



Pour calculer le volume d'un cube, on multiplie la surface de sa base par sa hauteur (ce qui revient à multiplier 3 fois son côté par lui-même) ; on donne le résultat en cubes, selon l'unité utilisée (cm^3, dm^3, m^3,…).

Ex : Ce dessin représente un cube de 3 cm d'arête comportant à la base 3 x 3 cubes de 1 cm sur 1 cm sur 1 cm, sur 3 étages, ce qui fait en tout 27 cubes, et qui représente donc un volume de 27 cm^3.

10. <u>Complète</u> le tableau ci-dessous.

Arête du cube	3 dm	5 cm	4 m	6 mm	9 cm	8 dm
Aire de la base	9 dm^2	25 cm^2	16 m^2	36 mm^2	81 cm^2	64 dm^2
Volume du cube	27 dm^3	125 cm^3	64 m^3	216 mm^3	729 cm^3	512 dm^3

11. <u>Résous</u> au choix les problèmes suivants (pense, avant de calculer, à **convertir** pour obtenir des nombres entiers) **:**

. *Calcule le volume d'un cube dont la somme des arêtes est de 24 dm.* 2 dm × 2 dm × 2 dm = 8 dm^3

. Les piliers d'une église de campagne reposent sur des socles cubiques en granit, dont chaque face a 24 dm de périmètre. *Calcule le volume d'un de ces socles.* 6 dm × 6 dm × 6 dm = 216 dm^3

. Maman a acheté 5 bacs à fleurs cubiques de 30 cm d'arête. Elle a besoin de savoir quel volume de terreau il lui faut pour
9d remplir ses bacs, le terreau étant vendu en sacs plastifiés de 12 dm^3. *Combien doit-elle acheter de sacs ?*
Volume d'un bac : 30 cm × 30 cm × 30 cm = 27 000 cm^3 = 27 dm^3
Volume total : 27 dm^3 × 5 = 135 dm^3
Nombre de sacs : 135 dm^3 ÷ 12 dm^3 = 11 r 3 : 12 sacs

. Un cube a 1 dm d'arête. *Quel est son volume ? Quel est le volume d'un cube dont l'arête est le double du premier ? Celui d'un cube dont l'arête est le double du second ? Que devient donc le volume d'un cube si son arête devient deux fois plus grande ?* Volume pour 1 dm : 1 dm^3
Volume pour 2 dm : 8 dm^3
Volume pour 4 dm : 64 dm^3 On multiplie chaque fois par 8 : 2×2×2

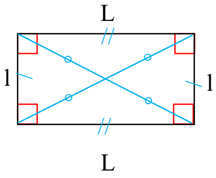
. M. Martin a demandé à un apprenti bûcheron un demi-mètre cube de bois. L'apprenti prépare un tas cubique de 0,50 m d'arête. *M. Martin doit-il payer la moitié du prix du mètre cube ?*
Le volume est 8 fois moins grand, donc M. Martin doit payer 8 fois moins cher.

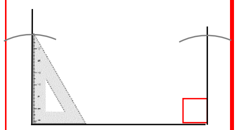
. Un bassin cubique de 4 m d'arête est plein aux ¾. *Quel volume d'eau contient-il ?* Surface : 4m × 4m = 16 m^2
Hauteur : 4 m × 3 ÷ 4 = 3 m
Volume : 16 m^2 × 3 = 48 m^3

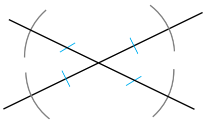
. On a creusé une fosse cubique de 2 m de profondeur. *Quel est le volume de la terre enlevée, sachant que la terre remuée a augmenté de* $^1/_5$ *de son volume primitif ?* Volume de la fosse : 2 m × 2 m × 2 m = 8 m^3
Volume supplémentaire : 8 000 dm^3 ÷ 5 = 1 600 dm^3
Volume de terre : 8 000 dm^3 + 1 600 dm^3 = 9 600 dm^3

10- Du rectangle au pavé

10a







. Le rectangle est un quadrilatère **irrégulier** :

. ses **côtés opposés** – la longueur (**L**) et la largeur (**l**) sont parallèles et égaux

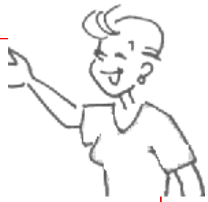
. ses 4 **angles** sont droits

. Les **diagonales** du rectangle sont égales et se coupent en leur **milieu** ; leur point de rencontre est le centre de symétrie du rectangle ; elles le partagent en parties égales 2 à 2.

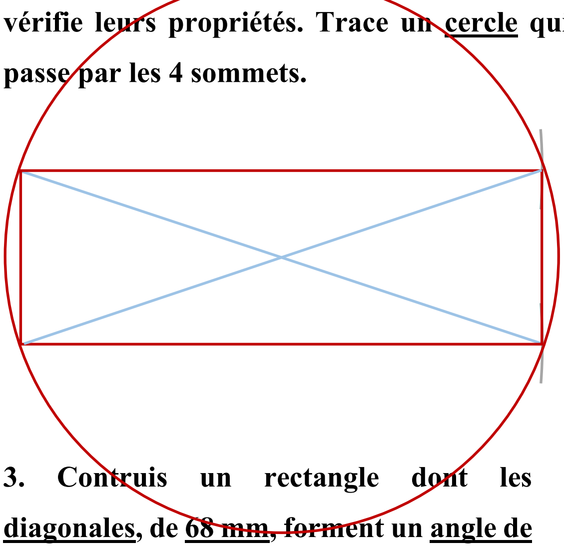
. Il existe 2 manières de **construire** un rectangle :

. on trace un des côtés (L ou l). A partir de ce segment, on élève 2 perpendiculaires, que l'on délimite à la mesure de l'autre côté (l ou L). On relie ensuite les 2 points obtenus.

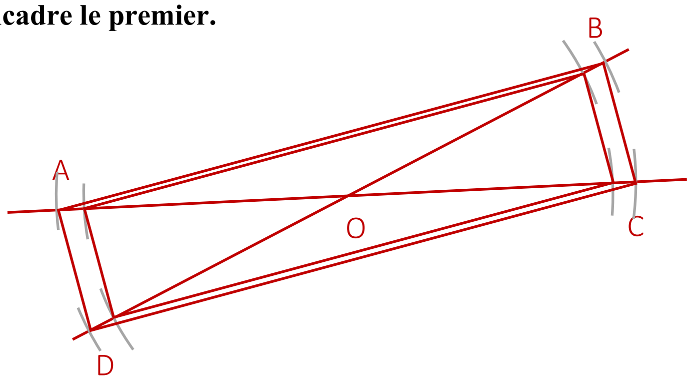
. on commence par tracer 2 droites sécantes : ce seront les **diagonales** du rectangle. A partir de leur point d'intersection, on délimite 4 segments de même mesure, puis on relie les 4 points ainsi obtenus.



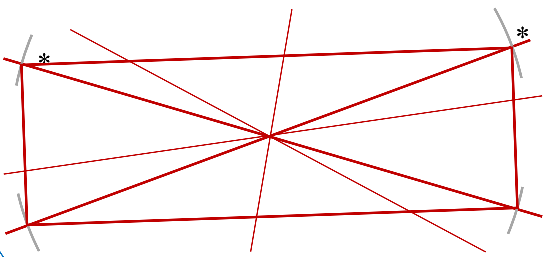
1. Contruis un rectangle BEAU de 23 mm de largeur, et dont la longueur mesure le triple de la largeur, puis trace ses diagonales et vérifie leurs propriétés. Trace un cercle qui passe par les 4 sommets.



2. Trace en oblique 2 droites qui se coupent en un point O, puis place sur les droites les points A, B, C, D, chacun à 35 mm de O. Relie ces points, puis, sur les mêmes diagonales, trace un second rectangle qui encadre le premier.

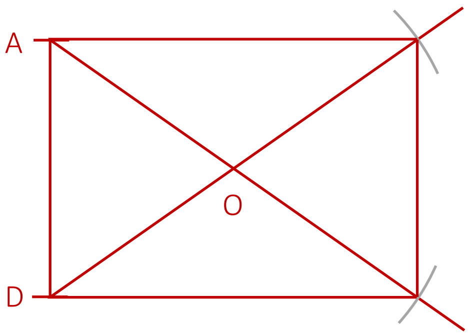


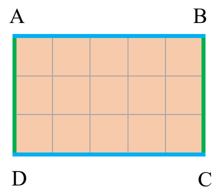
3. Contruis un rectangle dont les diagonales, de 68 mm, forment un angle de 38°. Trace 3 lignes droites quelconques passant par le centre et coupant les côtés du rectangle. Pour chacune, mesure les 2 segments obtenus. Que remarques-tu ?



Les 2 segments sont chaque fois de même longueur

4. Construis un segment [AD] vertical de 34 mm. A partir de A, trace un angle de 55° vers D. Fais de même à partir de D vers A. Nomme O le point où se croisent les demi-droites ainsi obtenues. Place les points C et D tels que [OA] = [OD] = [OB] = [OC]. Vérifie que ta figure est un rectangle.





. Pour calculer le **périmètre** du rectangle, on cherche le demi-périmètre (L + l), que l'on multiplie par 2 (on compte ainsi les 2 longueurs et 2 largeurs).
*Inversement, pour trouver une mesure (L ou l), on **divise** le **périmètre (p)** par **2**, puis on **soustrait** la **mesure connue**.*

Périmètre du **rectangle** :
(L + l) **x 2**
Aire du **rectangle** :
L **x l**

. Pour calculer l'**aire** du rectangle, on multiplie la longueur par la largeur.
*Inversement, pour trouver une mesure (L ou l), on **divise l'aire** par la mesure connue.*
Ex : En considérant que chaque carré mesure 1 cm de côté, le **périmètre** du rectangle ABCD mesure (5 + 3) x 2 = 8 x 2 = 16 **cm**, et son **aire** (rose) mesure **5 x 3** = 15 **cm²**.

5. Sur ton ardoise, calcule les dimensions qui manquent, puis écris les résultats.

Longueur	8 m	30 cm	30 dm	9 m	4 hm	130 m	30 km
Largeur	5 m	20 cm	12 dm	8 m	50 m	100 m	25 km
Demi-périmètre	13 m	50 cm	42 dm	17 m	450 m	23 dam	55 km
Périmètre	26 m	100 cm	84 dm	34 m	900 m	46 dam	110 km
Aire	40 m^2	600 cm^2	360 dm^2	72 m^2	20 000 m^2	13 000 m^2	750 km^2

6. <u>Résous</u> rapidement le plus de problèmes possible (si nécessaire, calcule sur ton ardoise).

10b

* . Avec un tissu large de 20 cm, on borde les 3 côtés du manteau d'une cheminée long de 1 m et profond de 30 cm.
Quelle est la surface de ce tissu ? …20 cm × 160 cm = 3 200 cm^2…

* . Cherche la surface d'un parc à moutons entouré d'une barrière de 80 cm et long de 30 cm.
* Largeur : 10 cm … Surface : 300 cm^2…

* . Un rectangle a une longueur de 60 mm et une largeur de 40 mm. *Cherche le côté du carré qui a le même périmètre.*
* Périmètre : 200 mm … Côté du carré : 50 cm …

* . On veut clôturer un pré de 13 m de long et 7 m de large en l'entourant de 3 rangées de fil de fer barbelé. *Sachant que*
* *l'on prévoit un portail de 2 m de large, quelle sera la longueur de fil nécessaire ?* … Périmètre : 40 m …
Longueur d'une rangée : 38 m … Longueur totale de fil : 114 m …

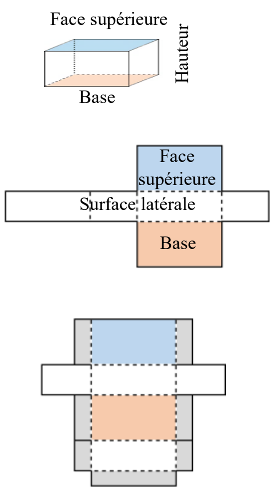
* . Pour calculer la longueur d'un rectangle de 20 cm de largeur, un élève étourdi retranche simplement du périmètre ces
* 20 cm et annonce que le rectangle mesure 80 cm de longueur. *Calcule la longueur réelle du rectangle, puis sa surface.*
Périmètre : 100 cm … Longueur : 30 cm … Surface : 600 cm^2…

* . Jacques possède un rectangle de contreplaqué de 25 cm de long et 20 cm de large. Il veut obtenir, en le découpant d'un
* seul trait de scie, un rectangle de 300 cm². *Dans quel sens doit-il découper la plaque ? Quelle sera la surface du reste ?*
La plaque doit mesurer : 20 cm × 15 cm … Surface du reste : 200 cm^2…

* . Un champ rectangulaire de 60 m de long a la même surface qu'un jardin carré de 30 m de côté. *Cherche la largeur du*
* *champ, puis le périmètre de chacun de ces terrains.* … Surface du jardin : 30 m × 30 m = 900 m^2
* … Largeur du champ : 15 m … Périmètre du champ : 150 m … du jardin : 120 m

* Un terrain rectangulaire a un périmètre de 200 m. Sa longueur surpasse de 20 mètres sa largeur. *Calcule sa surface.*
* … Longueur : 60 m … Largeur : 40 m … Surface : 2 400 m^2…
*

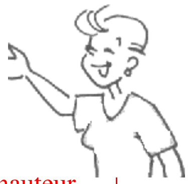
. Surface **latérale** : périmètre de **base** x **hauteur**
. Surface totale : surface **latérale** + surface de **base x 2**



. Un **pavé**, ou parallélépipède rectangle, est un **solide** composé de

. 6 **faces** rectangulaires, **parallèles** et **identiques 2 à 2**. Celle du *bas* se nomme la base.

. 12 **arêtes** (les côtés des rectangles), parallèles et égales 4 à 4 ; 8 sommets.



. La troisième dimension du pavé s'appelle la **hauteur**.

. Pour calculer l'**aire** d'un pavé (la surface totale de ses 6 faces) :

. on calcule sa surface latérale, en multipliant le périmètre de la base par la hauteur

. on y ajoute la surface de la base multipliée par 2 (on inclut ainsi la face supérieure)

. Pour **construire** un pavé, on dessine un **patron** que l'on découpera ; selon la place disponible, on peut disposer les faces de plusieurs manières différentes, mais en veillant toujours à respecter leur place les unes par rapport aux autres, sans oublier les **languettes**.

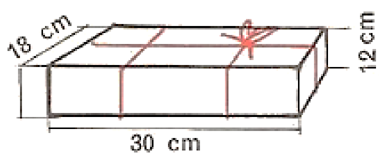
7. Sur une feuille blanche, en t'aidant d'un modèle ci-dessus, dessine le patron d'un pavé de 5 cm, 8 cm et 3 cm, en prévoyant 15 mm de largeur pour chaque languette. Découpe et assemble le tout.

8. Complète le tableau ci-dessous (fais les étapes et calculs intermédiaires au brouillon ou sur l'ardoise).

Longueur	5 cm	18 cm	75 mm	40 cm	9 cm	12 m
Largeur	4 cm	15 cm	40 mm	18 cm	6 cm	8 m
Hauteur	2 cm	5 cm	50 mm	25 cm	5 cm	6 m
Surface latérale	36 cm²	330 cm²	11 500 mm²	2 900 cm²	150 cm²	240 m²
Surface totale	76 cm²	870 cm²	17 500 mm²	4 340 cm²	258 cm²	432 m²

10c

9. Résous le plus de problèmes possible :

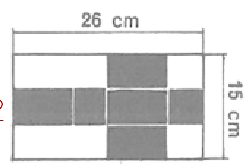


* . *Quelle longueur de ficelle a-t-il fallu pour ficeler ce paquet si l'on a prévu 35 cm pour les nœuds ?* 120 cm + 84 cm + 35 cm = 239 cm

* . Paul a confectionné une boîte en carton sans couvercle de 15 cm de long sur 10 cm de large et 5 cm de haut. *Calcule la surface de carton utilisé, et la longueur de scotch fort qu'il lui a fallu pour consolider toutes les arêtes de la boîte.*
Surface : 250 cm² + 150 cm² = 400 cm² Scotch : 50 cm + 20 cm = 70 cm

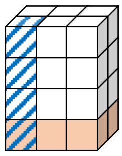
* . On veut lambrisser, sur une hauteur de 2 m tout le pourtour intérieur d'une chapelle qui mesure 12 m de long et 6 m de large et compte 2 portes de 1,50 m de large chacune. *Quelle sera la surface de bois nécessaire ?*
Périmètre sans les portes : 33 m Surface de bois : 66 m²

* . Jacques a fabriqué pour son petit frère une tirelire en contreplaqué de 9 cm sur 6 cm sur 5 cm. Il a percé le haut d'une fente de 3 cm sur 1 cm, puis il a peint toutes les faces extérieures de cette tirelire. *Quelle surface a-t-il peinte ?*
Surface totale : 150cm² + 108cm² = 258cm² Surface peinte : 258cm² - 3cm² = 255cm²



* . Calcule les dimensions de la boîte que l'on veut construire avec ce patron, sachant que la largeur est égale à la hauteur, puis calcule la surface du carton inutilisé. l et h = 5 cm
L = 8 cm Surface patron : 210 cm² Reste : 180 cm²

Volume d'un pavé :
L x **l** x **h**
soit aire de la **base x hauteur**



Pour calculer le volume d'un pavé, on multiplie la surface de sa base par sa hauteur (ce qui revient à multiplier chacune de ses 3 dimensions) ; le résultat est en cubes (m^3).

Ex : Ce dessin représente un pavé dont la base compte 2 rangées (largeur) de 3 cubes (longueur), sur 4 étages (hauteur), ce qui fait en tout 24 cubes de 1 cm^3 chacun, et représente donc un volume de 24 cm^3.

10. Complète le tableau ci-dessous.

Longueur	20 cm	7 m	70 mm	14 m	42 cm	15 dm
Largeur	12 cm	5 m	35 mm	7 m	25 cm	8 dm
Hauteur	6 cm	3 m	20 mm	2 m	6 cm	12 dm
Surface de la **base**	240 cm^2	35 m^2	2 450 mm^2	98 m^2	1 050 cm^2	120 dm^2
Volume du cube	1 440 cm^3	245 m^3	4 900 mm^3	196 m^3	6 300 cm^3	1 440 dm^3

11. Résous ci-dessous le plus de problèmes possible :

10d

* . Un marin rapporte des Indes, pour sa mère, un coffret en ivoire de 7 cm de hauteur, dont le volume est 3 045 cm^3 et la largeur 15 cm. *Calcule sa longueur.* Surface : 435 cm^2 Longueur : 29 cm

* . Une malle dont la base mesure 14 dm sur 5 dm a pour volume 280 dm^3. *Calcule sa profondeur.* 4 dm

* * . Une piscine mesure 20 m de long, 12 m de large, et 2,3 m de profondeur. *Sachant que l'eau affleure à 30 cm du bord, calcule le volume d'eau contenu dans la piscine.*
Surface : 20 m × 12 m = 240 m^2 Hauteur : 2,3 m – 0,3 m = 2 m
Volume d'eau : 240 m^2 × 2 m = 480 m^3

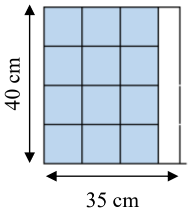
* * * . Le périmètre d'un bassin est de 22 m. Sa longueur mesure 3 m de plus que sa largeur, et il a une hauteur de 0,50 m. *Quel est son volume ?* L = 7 m l = 4 m Surface : 28 m^2 Volume : 14 m^3

* * * . Calcule le volume d'une planche de 10 dm de long, 10 cm de large et 2 cm d'épaisseur, puis celui d'une autre dont toutes les dimensions sont réduites de moitié. Compare les deux volumes. Volume 1ère : 2 000 cm^3
Volume 2nde : 250 cm^3 2 000 cm^3 ÷ 250 cm^3 = 8 fois plus petit (2 × 2 × 2)

* * * . Une salle de classe rectangulaire a 10 m de long, 4 m de large et 3 m de haut. *Combien d'élèves peuvent y prendre place, si l'on admet qu'un volume de 4 m^3 d'air est nécessaire par personne (sans oublier la présence d'un professeur) ? Calcule la surface de plancher dont dispose chaque élève, sachant qu'une estrade de 8 m^2 marque l'espace du professeur.*
Volume : 120 m^3 Nombre de personnes : 30 dont 29 élèves
Surface totale élèves : 32 m^2 Surface par élève : 1,1 m^2

* * * . Dans une plaque de tôle rectangulaire mesurant 1,70 m de longueur et 1,40 m de largeur, un ferblantier découpe dans chaque angle un carré de 50 cm de côté. Il relève les côtés en vue d'obtenir une boîte sans couvercle. *Calcule la surface de la tôle après le découpage puis donne, en décimètres cubes, le volume du bac obtenu* (fais un schéma).
Surface de la plaque : 2,38 m^2 Surface de la tôle découpée : 1,38 m^2
Longueur : 0,7 m Largeur : 0,4 m Surface du fond : 0,28 m^2
Volume du bac : 0,140 m^3

11- Découpage des surfaces et des volumes



Pour calculer un nombre de carreaux dans une surface donnée, il ne faut pas calculer la surface, mais faire un **schéma** pour bien se représenter les données du problème.

. On **divise** la **longueur** de la surface à recouvrir par la mesure du **côté** d'un carreau, ce qui donne le nombre de carreaux à placer dans la longueur ; s'il y a un reste, celui-ci n'est pas utilisable pour des carreaux entiers.

. On fait de même avec la **largeur**, puis on **multiplie** le nombre de carreaux que l'on a trouvés dans la longueur et dans la largeur.

Ex : Dans une plaque de tôle de 40 cm sur 35 cm, on veut découper le plus possible de carrés de 10 cm de côté. Dans la longueur, on peut découper 40 cm ÷ 10 cm = 4 carreaux. Dans la largeur, on peut découper 35 cm ÷ 10 cm = 3 carreaux, il reste 5 cm inutilisables. Le nombre de carreaux que l'on peut découper est 4 x 3 = 12 carreaux.

1. <u>Résous</u> ci-dessous le plus de problèmes possible :

. On veut poser une plinthe carrelée sur une longueur de 3,30 m. *De combien de carreaux de 15 cm de côté a-t-on besoin ?*

On a besoin de 330 cm ÷ 15 cm = 22 carreaux

. Dans une bande de papier de couleur, Jacques découpe une succession de carrés. Il obtient ainsi 18 carrés de 20 cm de périmètre, et il reste une chute rectangulaire dont la largeur est 2 cm. *Quelles étaient les dimensions de cette bande ?*

Côté des carrés et donc largeur de la bande : 20 cm ÷ 4 = 5 cm

11a

Longueur de la bande : 18 × 5 cm + 2 cm = 92 cm

. On veut carreler un couloir rectangulaire de 7 m de long sur 1,40 m de large avec des carreaux de 14 cm de côté.

. *Combien de carreaux utilisera-t-on sur la longueur ? sur la largeur ? en tout ?*

Carreaux sur la longueur : 700 cm ÷ 14 cm = 50 carreaux

Carreaux sur la largeur : 140 cm ÷ 14 cm = 10 carreaux

Nombre total de carreaux : 50 × 10 = 500 carreaux

. Dans une feuille de carton de 1,10 m de long sur 60 cm de large, on veut découper des carrés de 15 cm de côté.

. *Combien de carrés peut-on obtenir ? Quelle est, en dm^2, la surface inutilisée ?*

Carrés dans la longueur : 110 cm ÷ 15 cm = 7 carrés, reste 5 cm

Carrés dans la largeur : 60 cm ÷ 15 cm = 4 carrés

Nombre total de carrés : 7 × 4 = 28 carrés

Surface inutilisée : 6 dm × 0,5 dm = 3 dm^2

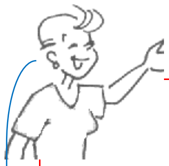
Madame Michu veut découper 18 carrés de 30 cm de côté pour coudre des mouchoirs. Elle demande quelle longueur de toile, en 120 cm de large, elle doit acheter. En lui répondant, on lui précise qu'elle pourra même en faire davantage.

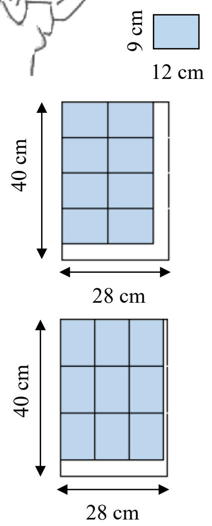
. *Quelle est cette longueur ? Combien de mouchoirs pourra-t-elle confectionner en plus ?*

Nombre de mouchoirs dans la largeur : 120 cm ÷ 30 cm = 4 mouchoirs

Nombre de mouchoirs dans la longueur : 18 ÷ 4 = 4 r. 2 soit 5 mouchoirs

Longueur de tissu : 30 cm × 5 = 150 cm pour 2 mouchoirs en plus (20 - 18)





Lorsque les carreaux à poser ou découper ont la forme de rectangles, il faut se représenter les différentes possibilités à l'aide de plusieurs schémas, en faisant correspondre les mesures aux données du problème (par exemple, on peut représenter 15 m par 15 mm).

Ex : Dans une feuille de carton de 40 cm sur 28 cm, on veut découper le plus possible de fiches longues de 12 cm et larges de 9 cm.

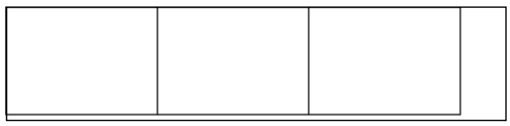
. Dans la longueur, on peut découper 40 cm ÷ 9 cm = 4 largeurs, restent 4 cm inutilisables ; dans la largeur on peut découper 28 ÷ 12 cm = 2 longueurs, restent 4 cm inutilisables. Cela fait en tout 4 x 2 = 8 carreaux que l'on peut découper.

. Ou bien dans la longueur on peut découper 40 cm ÷ 12 cm = 3 longueurs, restent 4 cm inutilisables ; dans la largeur on peut découper 28 ÷ 9 cm = 3 longueurs, reste 1 cm inutilisable. Cela fait en tout 3 x 3 = 9 carreaux que l'on peut découper. C'est là le mieux.

2. <u>Résous</u> ci-dessous les problèmes suivants (*copie les mesures sur les figures*) **:**

11b

. Dans une feuille de verre de 1,3 m sur 0,30 m, un vitrier découpe des vitres de 29 cm sur 40 cm (ci-contre : 5 mm représentent 10 cm).



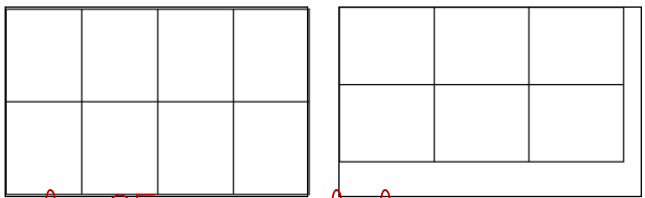
Combien de vitres pourra-t-il découper ? Quelle sera la surface perdue ?

Il pourra découper 1,3 m ÷ 0,4 m = 3 vitres, restent 10 cm

La surface perdue sera 10 cm × 1 cm = 10 cm^2

. Dans une feuille de verre de 80 cm sur 50 cm, un vitrier veut découper des carreaux de 25 cm sur 20 cm.

Peut-il le faire sans perte ? (dans les rectangles ci-contre essaie 2 dispositions différentes ; 1 mm pour 2 cm)



Pour le faire sans perte il doit découper les 25 cm dans la largeur,

et les 20 cm dans la longueur

. Pour daller une salle de restaurant qui mesure 8,40 m de long et 4 m de large, un entrepreneur utilise des dalles rectangulaires de 24 cm sur 16 cm.

. Peut-il réaliser la pose en n'employant que des dalles entières ? Comment doit-il les placer pour cela ?

. Combien utilisera-t-il de dalles en tout ?

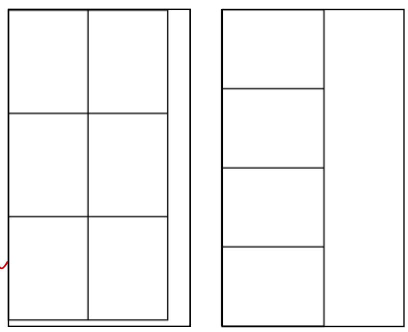
Il doit placer les largeurs dans la largeur : 400 cm ÷ 16 cm = 25 dalles

Il doit placer les longueurs dans la longueur : 840 cm ÷ 24 cm = 35 dalles

Il utilisera en tout : 25 × 35 = 875 dalles

. Dans une feuille de carton mesurant 84 cm de longueur et 48 cm de largeur, on veut découper le plus possible de fiches rectangulaires de 27 cm sur 21 cm.

Cherche la meilleure disposition possible (1 mm pour 2 cm), puis calcule la surface du carton perdu.



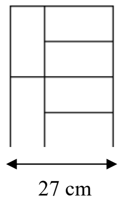
Reste dans la largeur : 48 cm – 42 cm = 6 cm

Reste dans la longueur : 84 cm – 81 cm = 3 cm

Surface perdue : 6 cm × 3 cm = 18 cm^2

Lorsque l'on a affaire à un découpage irrégulier avec très peu de mesures indiquées, il faut bien observer le schéma pour déduire des mesures données celles qui ne sont pas précisées.

3. <u>Résous</u> ci-dessous les problèmes suivants :



. Dans la feuille de bristol ci-contre, on a découpé des cartons d'invitation.

. *Calcule la largeur puis la longueur d'une fiche, puis la longueur de la feuille de carton.*

. *Calcule la surface d'une fiche, puis de deux manières la surface de la feuille de carton.*

1 longueur = 2 largeurs, soit l'équivalent de 3 largeurs sur 27 cm

Largeur d'une fiche : 27 cm ÷ 3 = 9 cm

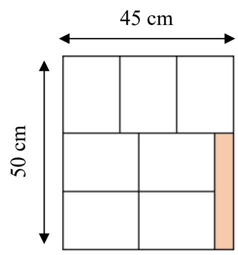
Longueur d'une fiche : 9 cm × 2 = 18 cm

Longueur de la feuille : 9 cm × 4 = 36 cm

Surface d'une fiche : 18 cm × 9 cm = 162 cm^2

Surface de la feuille : 27 cm × 36 cm = 972 cm^2

ou : 162 cm^2 × 6 = 972 cm^2



. Dans la feuille de canson ci-contre, on a découpé des fiches cartonnées.

. *Quelles sont les dimensions d'une fiche ? Quelle surface de canson perd-on ?*

11c

Largeur d'une fiche : 45 cm ÷ 3 = 15 cm

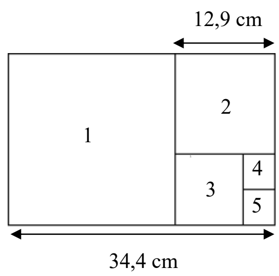
Largeur de 2 fiches : 15 cm × 2 = 30 cm

Longueur d'une fiche : 50 cm – 30 cm = 20 cm

Longueur de 2 fiches : 20 cm × 2 = 40 cm

Largeur perdue : 45 cm – 40 cm = 5 cm

Surface perdue : 30 cm × 5 cm = 150 cm^2



. Le rectangle ci-contre a été partagé en 5 carrés de dimensions différentes.

. *Calcule la largeur du rectangle. Donne la mesure des côtés de chacun des 5 carrés.*

Côté du carré 1 : 34,4 cm – 12,9 cm = 21,5 cm

Donc la largeur du rectangle mesure 21,5 cm

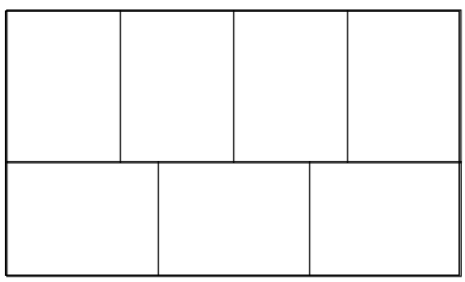
Côté du carré 2 : 12,9 cm

Côté du carré 3 : 21,5 cm – 12,9 cm = 8,6 cm

Côté du carré 4 : 12,9 cm – 8,6 cm = 4,3 cm

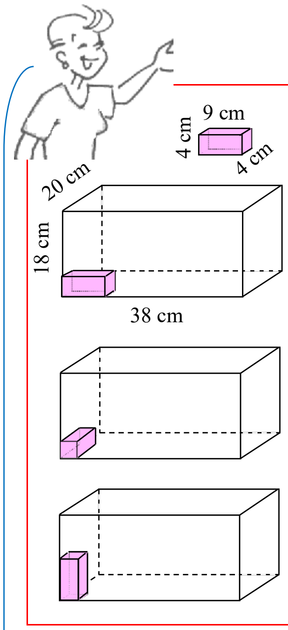
Donc côté du carré 5 : 4,3 cm

Vérification : 8,6 ÷ 2 = 4,3 cm



. Dans une feuille de verre mesurant 1,20 m de longueur et 0,70 m de largeur, un vitrier veut découper des carreaux rectangulaires de 40 cm sur 30 cm sans faire de perte.

. *Au crayon à papier, découpe la représentation ci-contre de cette feuille de verre, de manière à trouver une disposition qui corresponde à ce qu'il veut (5 mm représentent 10 cm).*



Lorsqu'il s'agit de disposer des cubes ou des pavés, on fonctionne sur le même principe que pour disposer des rectangles sur une surface ; il faut simplement tenir compte en plus de la hauteur. Quand les volumes sont des pavés, il y a plus de cas de figure.

Ex : Dans une boîte longue de 38 cm, large de 20 cm et haute de 18 cm, on veut faire tenir le plus de boîtes possible de 9 cm x 4 cm x 4 cm.

	1ère disposition	2ème disposition	3ème disposition
Sur la **longueur** :	38 ÷ 9 = 4 r 2 cm	38 ÷ 4 = 9 r 2 cm	38 ÷ 4 = 9 r 2 cm
Sur la **largeur** du fond :	20 ÷ 4 = 5	20 ÷ 9 = 2 r 2 cm	20 ÷ 4 = 5
Par **couche** :	4 x 5 = 20	2 x 9 = 18	9 x 5 = 45
Nombre de **couches** :	18 ÷ 4 = 4 r 2 cm	18 ÷ 4 = 4 r 2 cm	18 ÷ 9 = 2
Nombre **total** :	20 x 4 = 80	18 x 4 = 72	45 x 2 = **90**

4. <u>Résous</u> ci-dessous les problèmes suivants :

. Dans une boîte on peut placer 4 paquets de biscuits par couche. La boîte a 32 cm de hauteur et les paquets ont 4 cm d'épaisseur. *Combien de couches peut-on placer ? Combien de paquets de biscuits la boîte pleine peut-elle contenir ?*

On peut placer 32 cm ÷ 4 cm = 8 paquets. La boîte peut contenir 4 × 8 = 32 paquets

. Une caisse de savons mesure 65 m de long, 30 cm de large et 50 cm de haut. On la remplit avec des savons cubiques ayant 7 cm d'arête. *Combien la caisse contient-elle de savons en tout ?*

Savons dans la longueur : 65 cm ÷ 7 cm = 9 savons, restent 2 cm

11d Savons dans la largeur : 30 cm ÷ 7 cm = 4 savons, restent 2 cm

Savons dans le fond : 4 × 9 = 36 savons

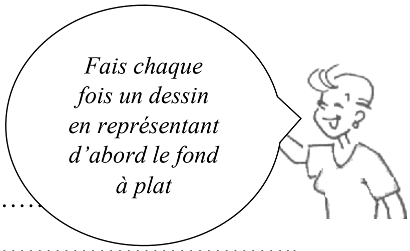
Nombre de couches : 50 cm ÷ 7 cm = 7 couches, reste 1 cm

Nombre total de savons : 36 × 7 = 252 savons

. Dans une boîte de 42 cm de long, 24 cm de large et 20 cm de haut, on veut disposer des conserves de 14 cm de long, 6 cm de large et 4 cm de haut, sans perdre de place au niveau du fond. *Quelle est la meilleure disposition possible ?*

	1ère disposition	2ème disposition	3ème disposition
Sur la **longueur** :	42 ÷ 14 = 3	42 ÷ 6 = 7	42 ÷ 4 = 10 r 2
Sur la **largeur** du fond :	24 ÷ 6 = 4	24 ÷ 4 = 6	24 ÷ 14 = 1 r 10
Par **couche** :	3 × 4 = 12	6 × 7 = 42	10 × 1 = 10
Nombre de **couches** :	20 ÷ 4 = 5	20 ÷ 14 = 1r4	20 ÷ 6 = 3 r 2
Nombre **total** :	12 × 5 = 60	42 × 1 = 42	10 × 3 = 30

. Dans une caisse de 120 cm de long, 75 cm de large et 40 cm de haut, on veut disposer des boîtes de 20 cm de long, 15 cm de large et 8 cm de haut. *Quelle est la meilleure disposition possible au niveau du fond ? Combien peut-on donc mettre de boîtes dans cette caisse ?*



Boîtes dans la longueur : 120 cm ÷ 20 cm = 6 boîtes

Boîtes dans la largeur : 75 cm ÷ 15 cm = 5 boîtes

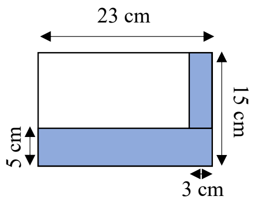
Boîtes dans le fond : 6 × 5 = 30 boîtes

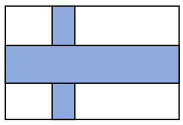
Boîtes dans la hauteur : 40 cm ÷ 8 cm = 5 boîtes

Nombre total de boîtes : 30 × 5 = 150 boîtes

12- Surfaces ou volumes **augmentés ou diminués**

Surface **utilisable** :
(longueur – largeur de l'allée) x (largeur – largeur de l'allée)
Surface des **allées** :
surface totale – surface utilisable





*Sur le dessin du haut comme sur ce drapeau, la surface blanche est **la même**.*

. Quand une surface donnée est diminuée par des bandes (allées, bordures, trottoirs,…), pour calculer le **périmètre** ou l'**aire** de la **surface utilisable** restante, il faut retirer à la longueur puis à la largeur la largeur spécifique de la bande qui les diminue.

Ex : **Longueur** de la partie blanche : 23 cm **– 3** cm = 20 cm ; **largeur** : 15 cm **– 5** cm = 10 cm.

Périmètre : (20 cm + 10 cm) x 2 = 30 cm x 2 = 60 cm ; **Aire** : 20 x 10 = 200 cm^2

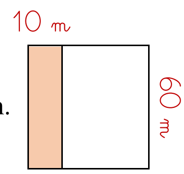
. Quand il y a plusieurs **bandes**, le plus simple pour calculer leur **aire** est généralement de soustraire à l'aire de la surface totale celle de la surface utilisable.

Ex : Aire totale : 23 cm x 15 cm = 345 cm^2 ; aire des allées : 345 cm^2 – 200 cm^2 = 145 cm^2

. Quand 2 allées se croisent pour former une **croix**, cela revient au même. Pour bien le comprendre et ne pas se tromper, on les fait glisser vers le **bord** en faisant un autre croquis.

12a

1. <u>Résous</u> le plus de problèmes possible (*copie les mesures sur les figures*) **:**



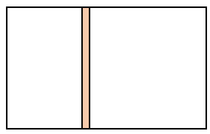
. Sur un bord d'une cour carrée de 60 m de côté, on aménage un terrain de jeux (ici en rose) large de 10 m.

Note ces dimensions sur le dessin ci-contre, puis calcule l'aire de la surface restante.

Largeur restante : 60 m – 10 m = 50 m

Aire de la surface restante : 60 m x 50 m = 3 000 m^2

. Un terrain de 52 m de long sur 30 m de large est traversé dans le sens de la largeur par un sentier de 2 m de large. *Quelle est la surface du terrain perdu ? La surface cultivable ?*



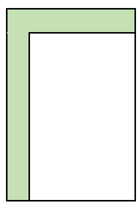
Surface perdue : 30 m x 2 m = 60 m^2

Surface du terrain : 52 m x 30 m = 1 560 m^2

Surface cultivable : 1 560 m^2 – 60 m^2 = 1 500 m^2

. Un menu de restaurant mesurant 33 cm sur 20 cm est décoré d'une frise de 3 cm de large sur deux bords consécutifs.

Quelle surface reste-t-il pour le texte ? Quelle est l'aire de la frise ?



Largeur restante : 17 cm Longueur restante : 30 cm

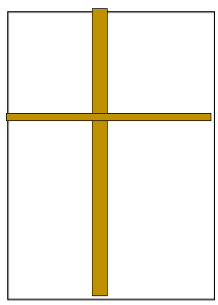
Surface restante : 17 cm x 30 cm = 510 cm^2

Surface du menu : 33 cm x 20 cm = 660 cm^2

Aire de la frise : 660 cm^2 – 510 cm^2 = 150 cm^2

. Dans un jardin rectangulaire de 38 m de longueur et 27 m de largeur, on trace deux allées disposées en croix. Celle qui est parallèle à la longueur est large de 2 m ; celle qui va dans le sens de la largeur a 1 m de large.

Trace les allées (1 mm pour 1 m), et calcule la surface du gazon, puis l'aire totale des allées.



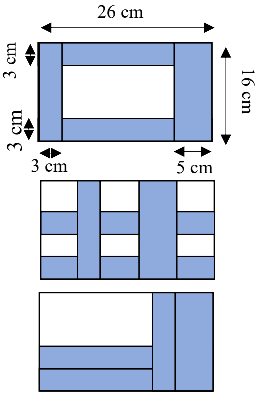
Largeur restante : 27 m – 2 m = 25 m

Longueur restante : 38 m – 1 m = 37 m

Surface du jardin : 38 m x 27 m = 1 026 m^2

Surface du gazon : 37 m x 25 m = 925 m^2

Aire des allées : 1 026 m^2 – 925 m^2 = 101 m^2



*Sur ces 3 représentations, la surface blanche est **la même**.*

. Lorsqu'une **surface** est **augmentée ou diminuée plusieurs fois par côtés**, il faut d'abord additionner les largeurs des bandes de même sens (ou les multiplier si elles sont égales) avant de les soustraire (ou ajouter) à la longueur et à la largeur afin de trouver les dimensions de la nouvelle surface et ainsi calculer son périmètre ou son aire.

Ex : **Longueur** de la partie blanche : 26 cm – (3 cm + 5 cm) = 26 cm – 8 cm = 18 cm.

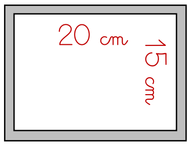
Largeur de la partie blanche : 16 cm – (3 cm **x** 2) = 16 cm – 6 cm = 10 cm.

. Quand ces bandes se trouvent tout autour de la surface concernée, ou qu'elles la coupent en son milieu, pour mieux se représenter la surface qu'elles représentent, il est bon de les faire toutes **glisser** vers le **bord** qui leur correspond, en faisant un autre croquis.

2. <u>Résous</u> le plus de problèmes possible (*écris les nouvelles mesures sur les figures*) **:**

. Sur chacun des grands côtés d'une feuille de papier de 25 cm sur 20 cm, on découpe une bande de 2,50 cm de large.

Quelle est la largeur totale de ces deux bandes ? Quelle est la surface de la partie restante ?

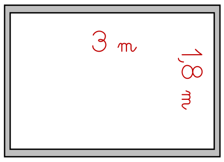


Largeur totale des bandes : 2,5 cm × 2 = 5 cm

Surface restante : 20 cm × 15 cm = 300 cm^2

. Un tapis qui a 3,20 m de long et 2 m de large commence à s'user sur les bords. Tout autour de ce tapis, on coupe une bande de 10 cm de large, avant de le border d'un galon pour lequel on prévoit

12b 10 cm supplémentaires en vue des coutures.



Trouve les nouvelles dimensions du tapis, la surface de la partie enlevée, et la longueur de galon nécessaire.

Largeur totale des bandes : 10 cm × 2 = 20 cm

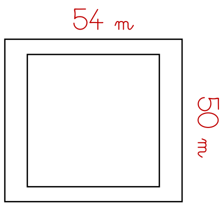
Surface restante : 1,8 m × 3 m = 5,4 m^2

Surface de départ : 3,2 m × 2 m = 6,4 m^2

Surface de la partie enlevée : 6,4 m^2 – 5,4 m^2 = 1 m^2

Longueur de galon : (3 m + 1,8 m) × 2 + 0,1 m = 9,7 m

. Le jardin de M. Poireau est un carré de 40 m de côté. Il l'agrandit de 7 mètres sur deux côtés parallèles, et de 5 mètres sur les deux autres.



Calcule en ares l'augmentation de la surface de son jardin, puis la longueur de sa nouvelle clôture.

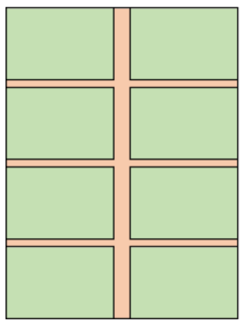
Surface de départ : 40 m × 40 m = 1 600 m^2

Surface finale : 54 m × 50 m = 2 700 m^2

Augmentation de la surface : 2 700 m^2 – 1 600 m^2 = 1 100 m^2 = 11 a

Longueur de la clôture : (54 m + 50 m) × 2 = 208 m

. On quadrille un jardin potager de 43 m sur 30 m avec une allée principale large de 2 mètres, parallèle à la longueur, et 3 allées secondaires parallèles à la largeur, larges d'1 mètre chacune.



Calcule la surface cultivable dans ce potager, puis la surface des allées.

Longueur sans les allées : 43 m – 3 m = 40 m

Largeur sans les allées : 30 m – 2 m = 28 m

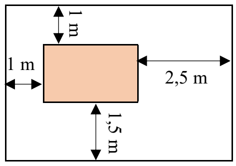
Surface cultivable : 40 m × 28 m = 1 120 m^2

Surface du jardin : 43 m × 30 m = 1 290 m^2

Surface des allées : 1 290 m^2 – 1 120 m^2 = 170 m^2

Lorsque l'on a affaire à des cas de figure qui semblent différents ou un peu plus complexes, il faut bien réfléchir pour s'aider de ce que l'on a appris tout en cherchant la solution la plus simple propre à la situation concernée.

3. <u>Résous</u> le plus de problèmes possible (*écris les mesures sur les figures*) **:**



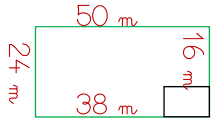
. Dans un salon de 6,5 m de long sur 4,5 m de large, on a placé un tapis qui se trouve à des distances différentes de chaque mur de la pièce. *Calcule la surface de ce tapis.*

Longueur du tapis : 6,5 m – (2,5 m + 1 m) = 3 m

Largeur du tapis : 4,5 m – (1,5 m + 1 m) = 2 m

Surface du tapis : 3 m × 2 m = 6 m^2

. Sur un terrain rectangulaire de 50 m sur 24 m, on a bâti dans un angle une maison longue de 12 m et large de 8 m, et on a clôturé le jardin avec du grillage.



. *Calcule la surface du jardin, puis la longueur totale du grillage.*

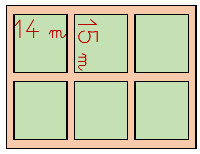
Surface de la maison : 12 m × 8 m = 96 m^2

Surface du terrain : 50 m × 24 m = 1 200 m^2

Surface du jardin : 1 200 m^2 – 96 m^2 = 1 104 m^2

Longueur du grillage : 50 m + 24 m + 38 m + 16 m = 128 m

. Un jardin potager long de 5 dam et large de 36 m est bordé sur tout son pourtour et traversé en son milieu dans le sens
12c de la longueur, ainsi que deux fois dans le sens de la largeur, par des allées de 2 m de large.



. *Quelle est la surface cultivable ? Quelle est la surface totale des allées ?*

. *Quel est le périmètre d'un rectangle cultivable ?*

Longueur sans les allées : 50 m – 8 m = 42 m

Largeur sans les allées : 36 m – 6 m = 30 m

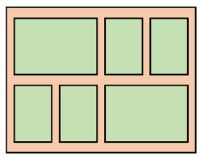
Surface cultivable : 42 m × 30 m = 1 260 m^2

Surface du jardin : 50 m × 36 m = 1 800 m^2

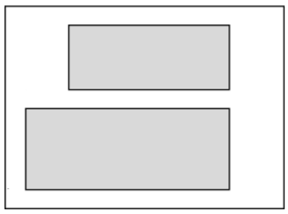
Surface totale des allées : 1 800 m^2 – 1 260 m^2 = 540 m^2

Périmètre d'un rectangle : (14 m + 15 m) × 2 = 58 m

. Quelle est la surface cultivable de ce jardin dont les dimensions sont toutes les mêmes que dans l'exercice précédent, mais où les allées sont placées différemment ? La même : 1 260 m^2



. On veut construire un garage dans lequel on placera côte à côte une camionnette de 5,30 m sur 2,15 m et une voiture de 4,20 m sur 1,70 m. On estime que, pour faciliter les manœuvres, il faut prévoir 50 cm derrière, sur les côtés et entre les véhicules, et compter 1,40 m devant ceux-ci pour l'ouverture de la porte.



Calcule les dimensions à donner au garage, ainsi que sa surface.

Longueur : 0,5 m + 5,3 m + 1,4 m = 7,2 m

Largeur : 0,5 m × 3 + 2,15 m + 1,7 m = 5,35 m

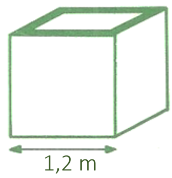
Surface : 7,2 m × 5,35 m = 38,52 m^2

Diminuer ou augmenter des volumes revient exactement à la même chose que diminuer ou augmenter des surfaces. Il faut simplement ajouter une dimension.

4. <u>Résous</u> le plus de problèmes possible (*écris les mesures sur les figures*) **:**

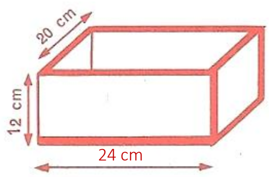
. A l'intérieur d'un champ rectangulaire de 82 m de long et 30 m de large, on creuse sur tout son pourtour un fossé d'1 m de large et 70 cm de profondeur. *Quelle surface reste-t-il à cultiver ? Quel est le volume de la terre enlevée ?*

Surface cultivable : 80 m × 28 m = 2 240 m^2
Surface du champ : 82 m × 30 m = 2 460 m^2
Surface du fossé : 2 460 m^2 – 2 240 m^2 = 220 m^2
Volume de terre enlevée : 220 m^2 × 0,7 m = 154 m^3



. On veut faire cimenter intérieurement un bac cubique de 1,2 m d'arête, dont les parois et le fond ont 10 cm d'épaisseur. *Calcule les dimensions intérieures de ce bac, puis la surface à enduire.*

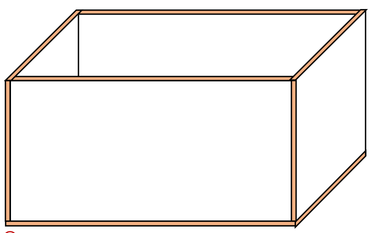
Arêtes intérieures verticales : 1,2 m – 0,1 m = 1,1 m
Arêtes intérieures du fond : 1,1 m – 0,1 m = 1 m
Surface du fond : 1 m × 1 m = 1 m^2
Surface latérale : 1,1 m × 1 m × 4 = 4,4 m^2
Surface totale à enduire : 1 m^2 + 4,4 m^2 = 5,4 m^2



12d . Une caisse sans couvercle a 24 cm de longueur, 20 cm de largeur, et 12 cm de hauteur. L'épaisseur de ses parois est de 2 cm.

Après avoir calculé les dimensions intérieures de cette caisse, calcule son volume extérieur puis son volume intérieur, et enfin le volume du bois utilisé pour faire les parois.

Largeur intérieure : 20 cm – 4 cm = 16 cm
Longueur intérieure : 24 cm – 4 cm = 20 cm
Hauteur intérieure : 12 cm – 2 cm = 10 cm
Surface intérieure de la base : 16 cm × 20 cm = 320 cm^2
Volume intérieur de la caisse : 320 cm^2 × 10 cm = 3 200 cm^3
Surface extérieure de la base : 24 cm × 20 cm = 480 cm^2
Volume extérieur de la caisse : 480 cm^2 × 12 cm = 5 760 cm^3
Volume du bois utilisé : 5 760 cm^3 – 3 200 cm^3 = 2 560 cm^3



. Avec des planches de 2 cm d'épaisseur, Papa veut fabriquer une caisse en bois sans couvercle, de 1,24 m de longueur, 80 cm de largeur et 62 cm de hauteur. Il prévoit que les parois latérales reposeront sur la planche du fond, et que les planches qui serviront à faire les longueurs seront enserrées dans celles qui feront les largeurs.

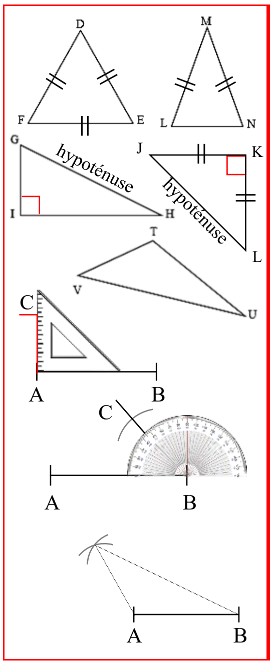
Calcule la surface de bois dont Papa aura besoin pour la fabriquer.

Surface de la base : 124 cm × 80 cm = 9 920 cm^2
Surface totale des planches des longueurs : (120 cm × 60 cm) × 2 = 14 400 cm^2
Surface totale des planches des largeurs : (80 cm × 60 cm) × 2 = 9 600 cm^2
Surface totale de bois : 9 920 cm^2 + 14 400 cm^2 + 9 600 cm^2 = 33 920 cm^2

13- Les triangles

. **Equilatéral** : **3** côtés / angles égaux
. **Isocèle** : **2** côtés / angles égaux
. **Rectangle** : 1 angle **droit**
. **Quelconque** : sans caractéristique

13a



On distingue **4 sortes** de triangles :

. Un triangle **EQUILATERAL** (comme DEF) a 3 côtés (et donc 3 angles) égaux.

. Un triangle **ISOCELE** (comme LMN et JKL) a 2 côtés (et donc 2 angles) égaux.

. Un triangle **RECTANGLE** (comme GHI et JKL) est un triangle qui comporte un angle droit ; le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'*hypoténuse*.

. Un triangle **QUELCONQUE** (comme TUV) ne présente aucune de ces caractéristiques.

Pour tracer un triangle

. On **réfléchit aux propriétés** de ce triangle (2 ou 3 côtés égaux ? angle droit ?)

. On commence toujours par **tracer un segment** qui correspond à un côté.

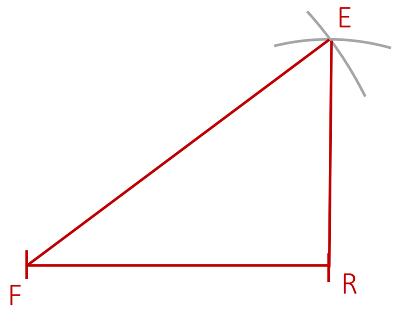
. Si le triangle comprend un angle droit, on commence par tracer celui-ci avec l'**équerre**.

. Si la mesure d'un angle est donnée, on commence par tracer cet angle avec le **rapporteur**.

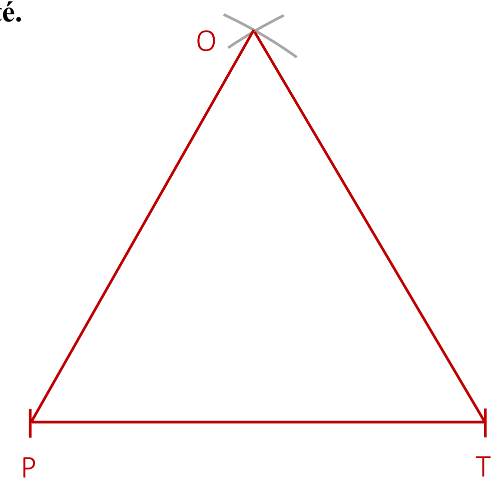
. Si d'autres mesures des côtés sont précisées, on reporte celles-ci à l'aide du **compas**.

. On **relie** tous les points.

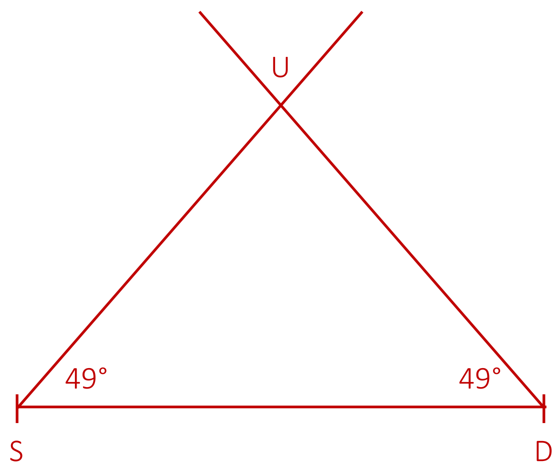
1. Contruis un triangle <u>quelconque</u> FER aux mesures suivantes : [FE] = 5 cm, [ER] = 3 cm, et [RF] = 4 cm.



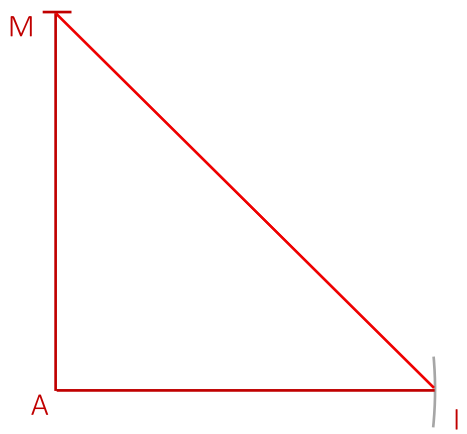
2. Construis un triangle <u>équilatéral</u> POT de 6 cm de côté.

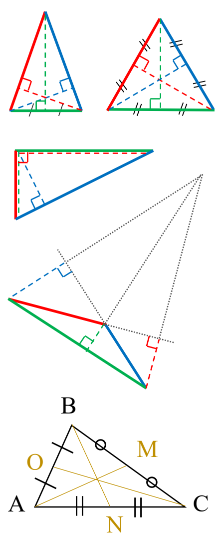


3. Construis un triangle SUD <u>isocèle</u> en U, tel que [SD] = 7 cm et l'angle $\widehat{DSU}$ mesure 49°.



4. Construis un triangle AMI <u>rectangle</u> et <u>isocèle</u> en A, sachant que le segment [AM] mesure 5 cm. Repasse <u>en rouge</u> sur <u>l'hypoténuse</u>.





. Un triangle peut être considéré à partir de n'importe lequel de ses côtés. On identifie le côté que l'on considère en l'appelant la **BASE**.

. Une droite perpendiculaire à la base et qui passe par le sommet opposé s'appelle la **HAUTEUR**. Elle partage le triangle en 2 triangles rectangles. Chaque triangle a 3 hauteurs, qui se coupent en un **même point** (si le triangle a un angle obtus, ce point et 2 hauteurs sont hors du triangle).

. Dans un triangle isocèle, la hauteur coupe en son milieu la base opposée au sommet isocèle.

. Dans un triangle équilatéral, chaque hauteur coupe en son milieu le côté concerné.

. Dans un triangle rectangle, 2 des hauteurs correspondent aux 2 côtés de l'angle droit.

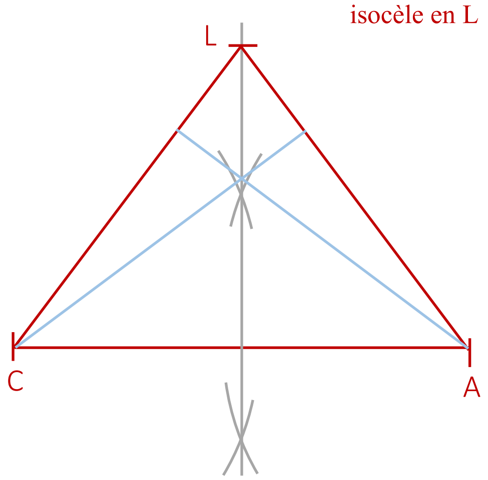
. Il ne faut pas confondre les hauteurs avec les **MEDIANES**, ces segments qui joignent le milieu d'un côté au sommet opposé et se croisent elles aussi en un **point unique**.

Ex : [AM], [BN] et [CO] sont les médianes du triangle ABC.

13b

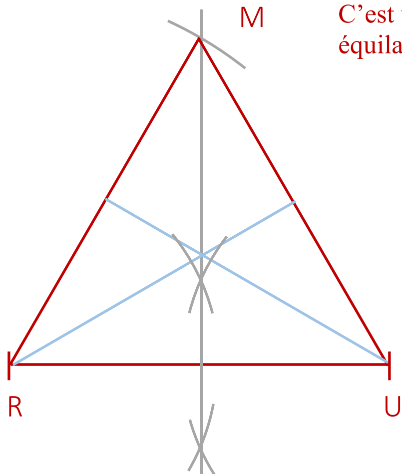
5. Trace un segment horizontal [CA] de 6 cm. Trace la médiatrice de [CA]. Marque dessus, à 4 cm au-dessus de [CA] un point L. Relie les points C et L, puis L et A. Que peux-tu dire du triangle LAC ? Trace les autres hauteurs du triangle.

C'est un triangle isocèle en L

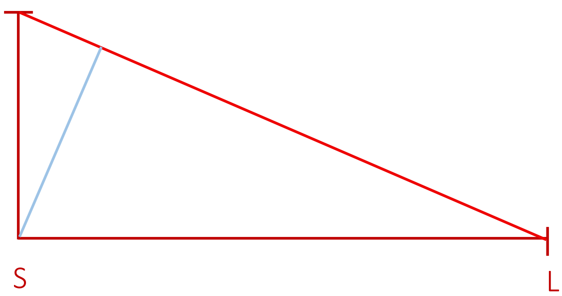


6. Trace un segment horizontal [RU] de 5 cm. Trace la médiatrice de [RU]. Ecarte ton compas à la mesure de [RU], place la pointe sur le R, et trace un arc de cercle sur la médiatrice. Nomme M le point ainsi obtenu. Relie les points R et M, puis M et U. Que peux-tu dire du triangle MUR ? Trace les autres hauteurs du triangle.

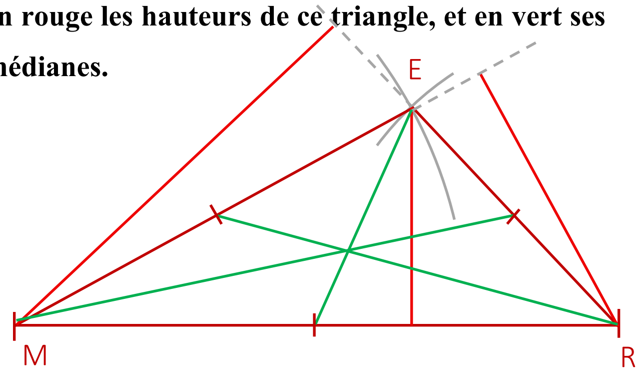
C'est un triangle équilatéral

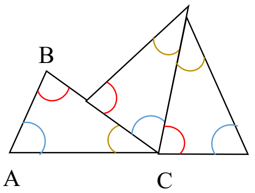


7. Construis un triangle SOL <u>rectangle</u> en S, de 7 cm de base et 3 cm de hauteur. Repasse en rouge sur l'hypténuse, puis trace la dernière hauteur de ce triangle.



8. Construis un triangle <u>quelconque</u> MER tel que [MR] = 8 cm, [ME] = 6 cm, et [ER] = 4 cm. Trace en rouge les hauteurs de ce triangle, et en vert ses médianes.





. La **SOMME DES ANGLES** d'un triangle est toujours **180°** (cela correspond à un angle plat).

Ex : $\widehat{ACB} + \widehat{BAC} + \widehat{ABC} = 180°$

. On calcule le **PERIMETRE** d'un triangle en additionnant la longueur de chacun de ses côtés.

Ex : Le périmètre de ABC est égal à [AB] + [BC] + [CA]

13c

9. <u>Réfléchis bien</u>, puis résous le plus de problèmes possible (*note les mesures sur les figures*) **:**

. Combien mesure chaque angle d'un triangle équilatéral ? 180° ÷ 3 = 60°

. Un triangle a un angle de 27° et un autre de 31°. *Combien de degrés le 3ème angle mesure-t-il ?* 180° - 58° = 122°

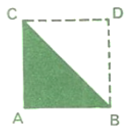
. Dans un triangle rectangle, l'un des angles mesure 34°. *Quelle est la valeur du 3ème angle ?* 180° - 124° = 56°

. L'angle du sommet d'un triangle isocèle est 68 degrés. *Quelle est la grandeur de chacun des angles de base ?* 56°

. Que vaut le 3ème angle d'un triangle comprenant un angle de 30° et un autre de 60° ? De quel triangle s'agit-il ?

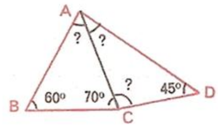
180° - 90° = 90° Il s'agit d'un triangle rectangle.

. Indique la mesure des 3 angles du triangle ABC ci-contre. Donne deux qualificatifs à ce triangle.



$\widehat{CAB} = 90°$ $\widehat{ACB} = \widehat{CBA} = 45°$ C'est un triangle rectangle isocèle.

. Sachant que l'angle $\widehat{BAD}$ vaut 85°, calcule la valeur des angles $\widehat{BAC}$, $\widehat{CAD}$ et $\widehat{ACD}$.

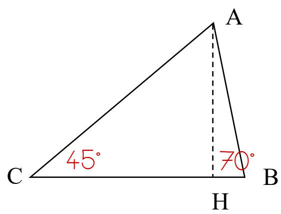


$\widehat{BAC}$ = 180° - (60° + 70°) = 50°

$\widehat{CAD}$ = 85° - 50° = 35°

$\widehat{ACD}$ = 180° - (45° + 35°) = 100°

. Sachant que $\widehat{ABC}$ mesure 70°, que $\widehat{ACB}$ mesure 45°, et que [AH] est une hauteur du triangle ABC, calcule la valeur des angles $\widehat{BAH}$ et $\widehat{HAC}$. Calcule ensuite la valeur de l'angle $\widehat{BAC}$ (il y a 2 façons de le faire).



$\widehat{BAH}$ = 180° - (70° + 90°) = 20°

$\widehat{HAC}$ = 180° - (45° + 90°) = 45°

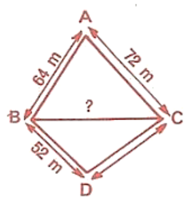
$\widehat{BAC}$ = 20° + 45° ou 180° - (45° + 70°) = 65°

. Quel est le périmètre d'un triangle équilatéral de 9 cm de côté ? 9 cm × 3 = 27 cm

. Combien mesure le côté d'un triangle équilatéral dont le périmètre mesure 18 cm ? 18 cm ÷ 3 = 6 cm

. Quelle sera la mesure des côtés d'un triangle isocèle dont la base mesure 5 cm et le périmètre 19 cm ? 7 cm

. Sachant que le périmètre du triangle ABC mesure 219 m et que celui du triangle BCD mesure 194 m, calcule la longueur de [BC] puis de [DC]. [BA] + [AC] = 64 m + 72 m = 136 m

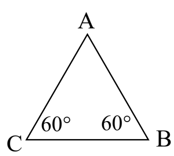


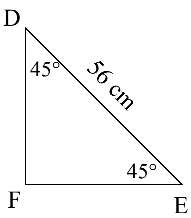
[BC] mesure 219 m - 136 m = 83 m

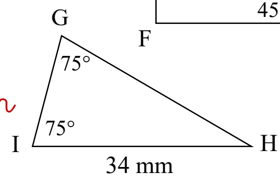
[BC] + [BD] = 52 m + 83 m = 135 m

[DC] mesure 194 m - 135 m = 59 m

. Le périmètre du triangle ABC mesure 14,4 cm, celui du triangle DEF mesure 1,36 m, et celui du triangle GHI mesure 9,2 cm. Observe bien tous les indices, puis calcule la mesure des côtés [AB], [BC] et [CD], puis de [DF] et [EF], et enfin de [GH] et [GI].



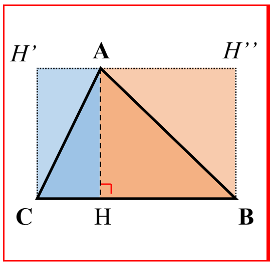




[AB] = [BC] = [CD] = 14,4 cm ÷ 3 = 4,8 cm

[DF] = [EF] = (136 cm - 56 cm) ÷ 2 = 40 cm

[GH] = [IH] = 34 mm [GI] = 92 mm - (34 mm × 2) = 24 mm



Etant donné qu'un triangle rectangle (AHC) correspond à la moitié d'un rectangle (H'AHC), et qu'une hauteur partage un triangle en 2 triangles rectangles, pour calculer la surface d'un triangle (ABC) on multiplie la **base** (CB – la longueur du rectangle H'H''BC correspondant) par la **hauteur** (AH = H'C – la largeur du rectangle), puis on **divise** le tout par **2**, car la surface du triangle ne vaut que la moitié de celle du rectangle correspondant.

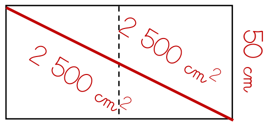
. **Surface** = $\frac{\text{base x hauteur}}{2}$

. **Base** = $\frac{\text{surface x 2}}{\text{hauteur}}$

. **Hauteur** = $\frac{\text{surface x 2}}{\text{base}}$

10. Réfléchis bien, puis résous le plus de problèmes possible :

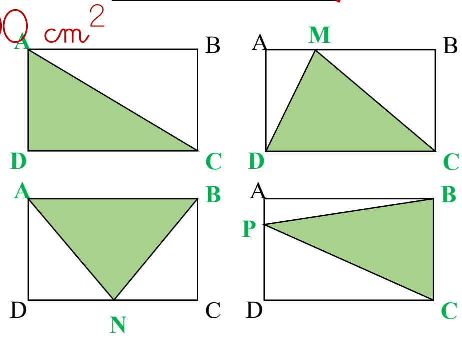
. La petite médiane d'un rectangle, qui partage ce rectangle en 2 carrés, mesure 50 cm. *Quelle est, en cm², la surface de chacun des carrés ? Calcule la surface du rectangle* (il y a 2 façons possibles). Partage ce rectangle par une diagonale. Donne, sans aucun calcul, la surface de chacun des triangles situés de part et d'autre de cette diagonale.



Surface de chaque carré : 50 cm × 50 cm = 2 500 cm²
Surface du rectangle : 2 500 cm² × 2 = 5 000 cm²

. Dans un même rectangle ABCD de 20 cm de long et 12 cm de large, on a construit 4 triangles différents.

Que peux-tu dire de la surface de ces triangles ? Calcule celle-ci.



Tous ces triangles ont la même surface :
20 cm × 12 cm ÷ 2 = 120 cm²

13d

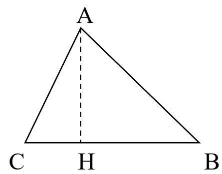
. Calcule la surface d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 6 cm et 4 cm.
Surface : 6 cm × 4 cm ÷ 2 = 12 cm²

. Quelle est, en ares, la surface d'un triangle de 12 dam de base et 120 m de hauteur ?
Surface : 12 dam × 12 dam ÷ 2 = 72 dam² = 72 a

. Un terrain triangulaire d'1 hectare a une base de 100 m. *Quelle est sa hauteur ?*
Hauteur : 100 dam² × 2 ÷ 10 dam = 20 dam

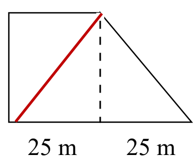
. Un terrain triangulaire dont la surface est de 50,40 ares, a une hauteur de 90 m. *Combien sa base mesure-t-elle ?*
Base : 5 040 m² × 2 ÷ 90 m = 112 m

. Sachant que [BH] = 65 mm, [CH] = 25 mm et [AH] = 60 mm, calcule les surfaces des deux triangles ABH et AHC. Utilise tes résultats pour calculer la surface du triangle ABC.



. Vérifie ce résultat en calculant directement la surface de ce triangle.
Surface de ABH : 65 mm × 60 mm ÷ 2 = 1 950 mm²
Surface de AHC : 25 mm × 60 mm ÷ 2 = 750 mm²
Surface de ABC : 1 950 mm² + 750 mm² = 2 700 mm² 90 mm × 60 mm ÷ 2 = 2 700 mm²

. Le terrain représenté ci-contre a une surface totale de 2 250 m².



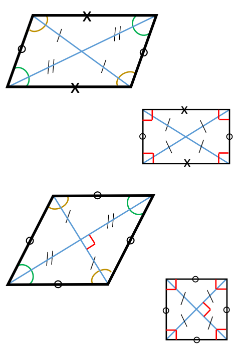
. *Que vaut la surface du rectangle par rapport à celle du triangle ?* le double

. *Calcule la surface du triangle, puis celle du rectangle, avant de trouver la longueur du rectangle.*
Surface du triangle : 2 250 m² ÷ 3 = 750 m²
Surface du rectangle : 750 m² × 2 = 1 500 m²
Longueur du rectangle : 1 500 m² ÷ 25 m = 60 m

14- Le parallélogramme et le losange

Parallélogramme :
. côtés parallèles et égaux 2 à 2
. angles égaux 2 à 2
. diagonales sécantes en leur milieu

le **losange** a en plus :
. **4** côtés égaux
. diagonales **perpendiculaires**



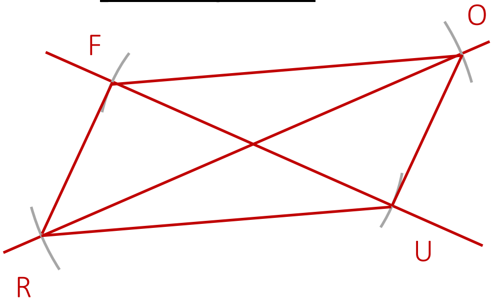
Le parallélogramme et le losange sont, comme le rectangle et le carré, des quadrilatères dont les **côtés opposés** sont parallèles et de même longueur et dont les **diagonales** se croisent en leur milieu.

Mais, contrairement au rectangle et au carré, leurs **angles** sont égaux deux à deux (ils n'ont pas d'angles droits) si bien que leurs **diagonales** ne sont pas de même longueur.

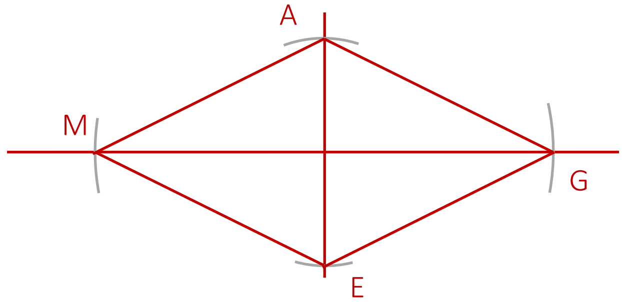
Le **LOSANGE** se distingue du parallélogramme quelconque en ce que, comme le carré, tous ses côtés sont de même mesure, et ses diagonales sont perpendiculaires.

14a

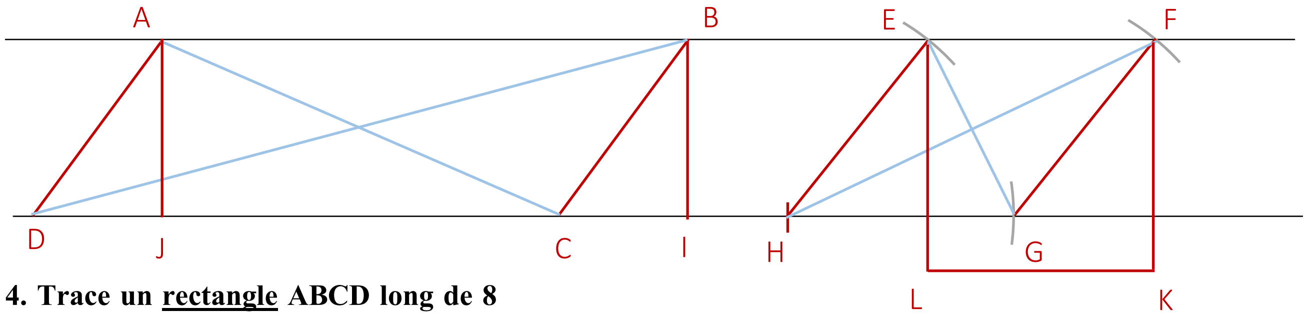
1. Trace 2 droites obliques sécantes : ce sont des diagonales. Réfléchis bien, puis, avec ton compas, trace sur ces droites des arcs de cercle de sorte à obtenir un <u>parallélogramme</u> FOUR.



2. Trace 2 droites perpendiculaires : ce sont des diagonales. Réfléchis bien, puis, avec ton compas, trace sur ces droites des arcs de cercle de sorte à obtenir un <u>losange</u> MAGE.

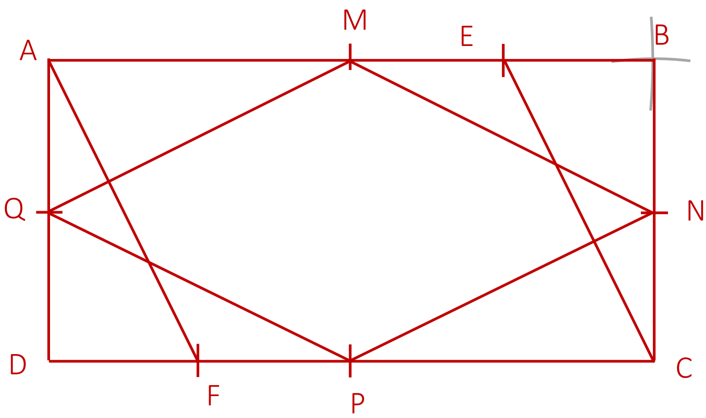


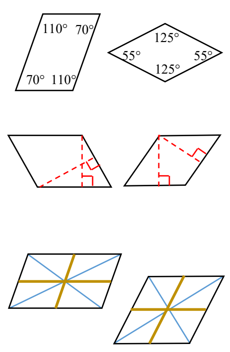
3. En t'aidant des deux lignes ci-dessous, contruis un <u>parallélogramme</u> ABCD dont la longueur [AB] mesure 7 cm, ainsi qu'un <u>losange</u> EFGH de 3 cm de côté, [EF] étant situé sur la ligne du haut. Trace leurs <u>diagonales</u>. Construis ensuite à partir de ces lignes le <u>rectangle</u> ABIJ et le <u>carré</u> EFKL.

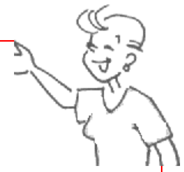


4. Trace un <u>rectangle</u> ABCD long de 8 cm et large de 4 cm. Sur [AB] et [DC], place les points E et F tels que [AE] = [CF] = 6 cm. Relie [AF] et [CE]. Qu'as-tu obtenu ? ..un parallélogramme

Nomme M, N, P, Q les <u>milieux</u> de chacun des côtés de ABCD. Joins ces points. Que peux-tu dire de la figure MNPQ ? ...C'est un losange.......







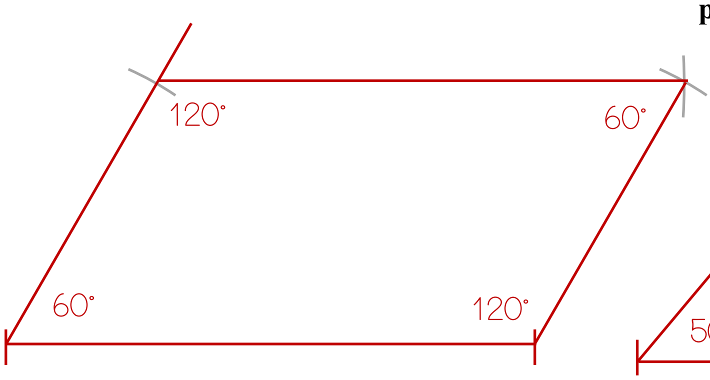
. Comme pour tout quadrilatère, la somme des angles du parallélogramme et du losange est égale à **360°**.

. Comme pour les triangles, la **HAUTEUR** d'un parallélogramme et d'un losange est la perpendiculaire à un côté qui passe par le sommet opposé à ce côté.

. Les **MEDIANES** d'un quadrilatère joignent le milieu d'un côté au milieu du côté opposé. Elles sont donc de même longueur que les côtés auxquels elles sont parallèles. Elles se croisent au même endroit que les diagonales.

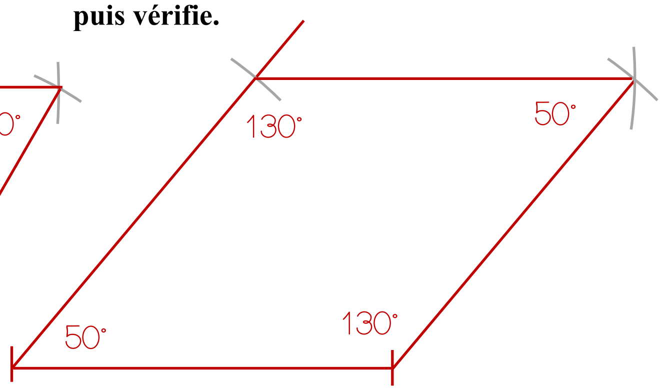
14b

5. Construis un <u>parallélogramme</u> dont un angle mesure <u>60°</u>, et les côtés <u>7 cm</u> et <u>4 cm</u>. Calcule son <u>périmètre</u> et la mesure des autres <u>angles</u>, puis vérifie.



$\mathcal{P}$ = (7 cm + 4 cm) × 2 = 22 cm

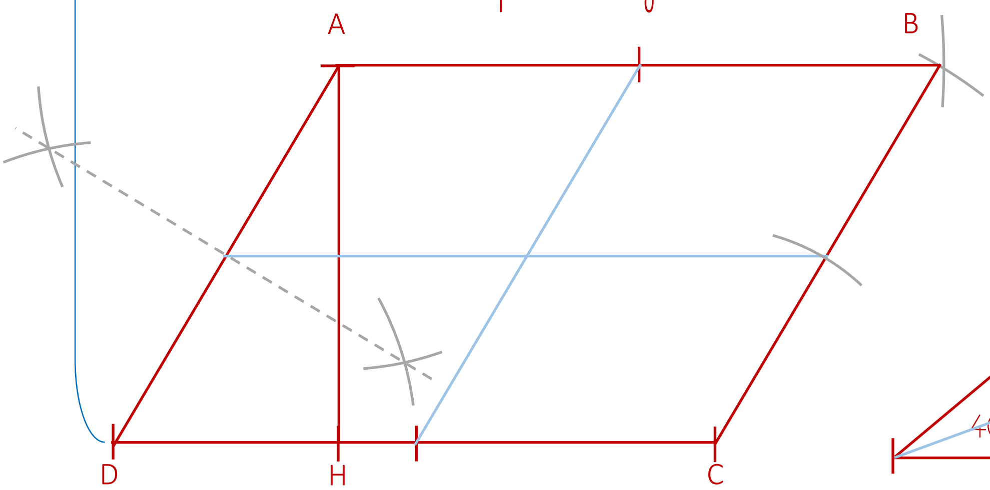
6. Construis un losange de <u>5 cm</u> de côté, dont un angle mesure <u>50°</u>. Calcule son <u>périmètre</u> et la mesure des autres <u>angles</u>, puis vérifie.



$\mathcal{P}$ = 5 cm × 4 = 20 cm

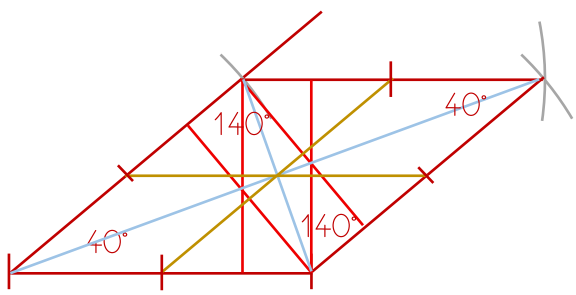
7. Trace tout en bas à gauche un segment horizontal [DC] de <u>8 cm</u>. Place dessus un point H, <u>à 3 cm</u> de D. Elève une <u>perpendiculaire</u> [AH] de <u>5 cm</u>. Du point A, trace un segment [AB] <u>parallèle</u> et <u>égal</u> à [DC]. Joins [AD] et [BC]. Quelle figure as-tu obtenue ? A quoi correspond [AH] ? Trace les <u>médianes</u> de ce quadrilatère.

[AH] est la hauteur du parallélogramme

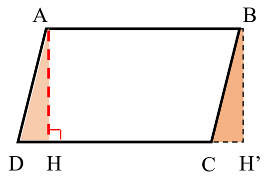


8. Construis un losange de <u>4 cm</u> de côté, dont un angle mesure <u>40°</u>. Trace ses 4 <u>hauteurs</u> en rouge, ses <u>diagonales</u> en bleu, et ses <u>médianes</u> en beige. Donne son <u>périmètre</u> et la mesure des autres <u>angles</u>.

$\mathcal{P}$ = 4 cm × 4 = 16 cm



Surface
du parallélogramme :
base x hauteur



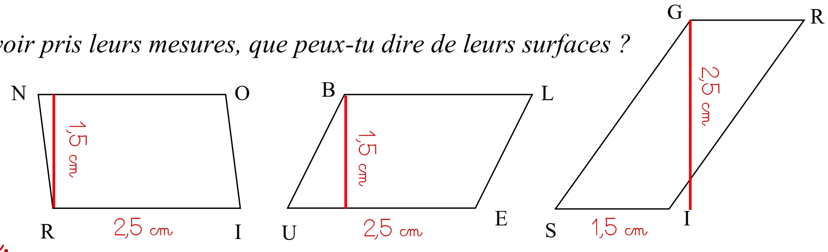
. Le **parallélogramme** et le rectangle ont exactement la même surface.

Ex : Soit [AH] la hauteur du parallélogramme ABCD. Si on déplace le triangle rectangle DAH à droite du parallélogramme, on obtient un rectangle ABHH' dont la longueur correspond à celle du parallélogramme (appelée base), et la largeur à la hauteur de celui-ci.

. On calcule donc la surface d'un parallélogramme en multipliant sa **base** (DC) par sa **hauteur** (AH).

9. Réfléchis bien, puis résous les problèmes suivants (*note les mesures sur les figures*) **:**

. Voici 3 parallélogrammes différents. *Après avoir pris leurs mesures, que peux-tu dire de leurs surfaces ?*



NOIR : 2,5 × 1,5
BLEU : 2,5 × 1,5
GRIS : 1,5 × 2,5
Leurs surfaces sont identiques.

. Un parallélogramme a une base de 18 cm et une hauteur de 10 cm. *Quelle est sa surface en cm² ?*

Surface : 18 cm × 10 cm = 180 cm²

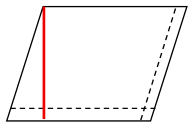
. Un plancher est composé de lames de parquet ayant la forme de parallélogrammes de 8 cm de large sur 50 cm de long.

. *Quelle est la surface d'une lame ?*

. *Combien de lames faudra-t-il pour couvrir 12 m² de plancher ?*

Surface d'une lame : 50 cm × 8 cm = 400 cm²
Nombre de lames : 120 0~~00~~ cm² ÷ 4~~00~~ cm² = 300 lames

. Un terrain a la forme d'un parallélogramme dont la base mesure 96 m et la hauteur 76 m. Pour aménager un chemin, on prélève sur ce terrain une bande de 6 m de large, parallèle à la base.



. *Quelle sera la surface restante ?*

. *Quelle surface restera-t-il, si l'on aménage en plus un chemin de 4 m de large parallèle au petit côté du terrain ?*

Nouvelle hauteur : 76 m – 6 m = 70 m
Surface restante : 96 m × 70 m = 6 720 m²
Nouvelle base : 96 m – 4 m = 92 m
Surface restante : 92 m × 70 m = 6 440 m²

14c

. Un champ en forme de parallélogramme a une surface de 2 ares et une hauteur de 40 m. *Combien mesure sa base ?*

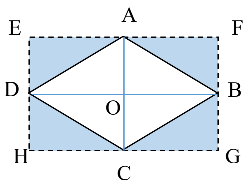
Base : 20~~0~~ m² ÷ 4~~0~~ m = 5 m

. Dans un grand carton rectangulaire, Justine a découpé un parallélogramme de 32 dm² de surface et 0,8 m de base.

. *Quelle est la largeur de ce carton ?*

. *Sachant que chaque triangle enlevé avait une surface de 4 dm², quelle était la longueur initiale de la feuille de carton ?*

Hauteur (= largeur du carton) : 32 dm² ÷ 8 dm = 4 dm
Largeur d'un triangle : 4 dm² × 2 ÷ 4 dm = 2 dm
Longueur initiale du carton : 8 dm + 2 dm = 10 dm



. Un losange (ABCD) s'insère dans un rectangle (EFGH) dont la longueur et la largeur correspondent aux **diagonales** du losange. Mais celui-ci ne remplit pas entièrement la surface du rectangle : chaque partie du losange découpée par les diagonales forme un triangle rectangle (comme AOD), qui correspond à la moitié du rectangle (EADO) de même mesure.

. On calcule donc l'aire d'un **losange** en multipliant la mesure de ses diagonales, puis en divisant par 2 le résultat.

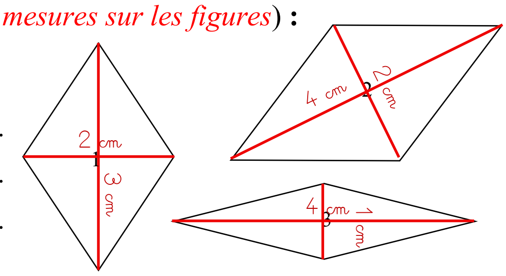
. Inversement, pour trouver la mesure d'une **diagonale** quand on connaît la surface et l'autre diagonale, on multiplie la surface par 2 et on divise le résultat par la mesure de la diagonale connue.

Surface du losange :

$$\frac{\textbf{Diagonale x diagonale}}{\textbf{2}}$$

$$\textbf{Diagonale} = \frac{\textbf{surface x 2}}{\textbf{diagonale}}$$

10. Réfléchis bien, puis résous ci-dessous ces problèmes (*note les mesures sur les figures*) **:**



. Prends les mesures de ces différents losanges, et calcule leurs surfaces.

1 : 3 cm × 2 cm ÷ 2 = 3 cm^2

2 : 4 cm × 2 cm ÷ 2 = 4 cm^2

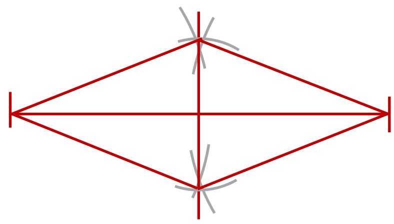
3 : 4 cm × 1 cm ÷ 2 = 2 cm^2

. Calcule la surface d'un losange dont la grande diagonale compte 20 m de plus que la petite, qui mesure 50 m.

La grande diagonale mesure : 50 m + 20 m = 70 m

Surface : 50 m × 70 m ÷ 2 = 1 750 m^2

. Construis ci-contre un losange de 5 cm^2 dont la grande diagonale mesure 5 cm.



La petite diagonale mesure :

5 cm^2 × 2 ÷ 5 cm = 2 cm

. Un losange a une surface de 180 m^2 et sa petite diagonale mesure 15 m. *Combien mesure sa grande diagonale ?*

La grande diagonale mesure : 180 m^2 × 2 ÷ 15 m =

360 m^2 ÷ 15 m = 24 m

. Pour daller une entrée de forme rectangulaire, on a employé 250 carreaux en forme de losanges, dont les diagonales mesurent 24 cm et 12 cm.

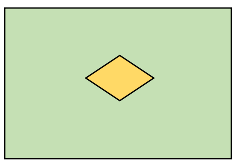
. *Quelle est la surface de cette entrée ? Sachant que celle-ci mesure 3,60 m de long, quelle est sa largeur ?*

Surface d'un carreau : 24 cm × 12 cm ÷ 2 = 144 cm^2

Surface de l'entrée : 144 cm^2 × 250 = 36 000 cm^2 = 3,6 m^2

Largeur de l'entrée : 3,6 m^2 ÷ 3,6 m = 1 m

. Au centre d'une pelouse rectangulaire de 12 m sur 8 m, on dessine un massif de fleurs en forme de losange dont les diagonales mesurent 3,60 m et 2,40 m.



. *Quelle est la surface du massif ? Quelle est la surface de la partie restante de la pelouse ?*

Surface du massif : 3,6 m × 2,4 m ÷ 2 = 1 m

3,6 m × 1,2 m = 4,32 m^2

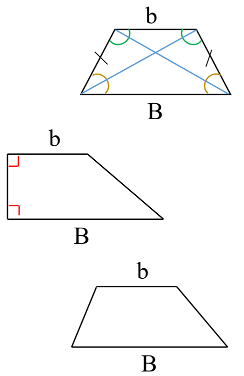
Surface de la pelouse : 12 m × 8 m = 96 m^2

Surface de la partie restante : 96 m^2 – 4,32 m^2 = 91,68 m^2

14d

15- Le trapèze

Trapèze :
grande **base** et petite **base parallèles**
. trapèze **rectangle** : **2 angles droits**
. trapèze **isocèle** : **2 côtés égaux**



On distingue les trapèzes des autres quadrilatères en ce qu'ils ont 2 côtés parallèles de longueurs différentes, appelés grande **base** (**B**) et petite **base** (**b**). Parmi eux, on distingue

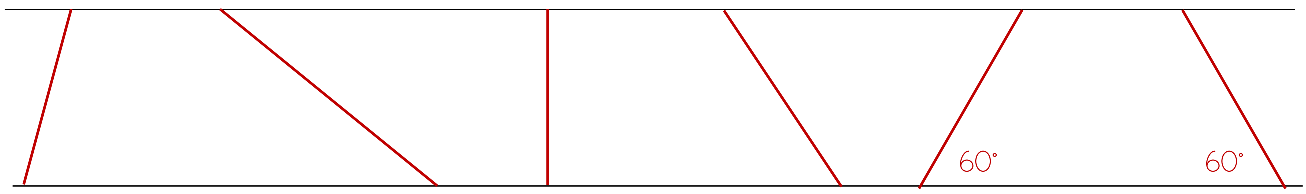
. le trapèze **ISOCELE**, dont les 2 autres côtés sont égaux ; ses **angles** sont donc **égaux 2 à 2** et ses **diagonales** sont de **même mesure** (mais elles ne se croisent pas en leur milieu).

. le trapèze **RECTANGLE**, dont un 3ème côté est perpendiculaire aux bases ; il compte donc **2 angles droits**

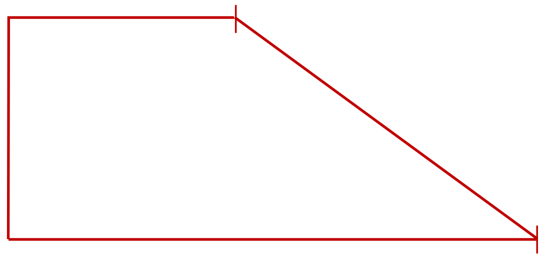
. le trapèze **QUELCONQUE**, qui ne présente pas de caractéristique particulière.

15a

1. Sur ces deux lignes, contruis un <u>trapèze quelconque</u>, un <u>trapèze rectangle</u> et un <u>trapèze isocèle</u>.



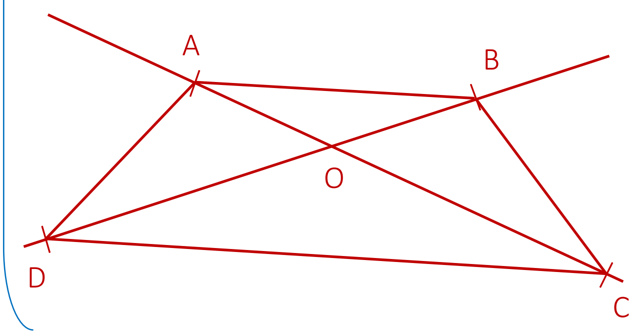
2. Construis un trapèze <u>rectangle</u> dont la grande base mesure 7 cm et la petite 3 cm.



3. Construis un trapèze <u>quelconque</u> dont la grande base mesure 8 cm et la petite 6 cm.

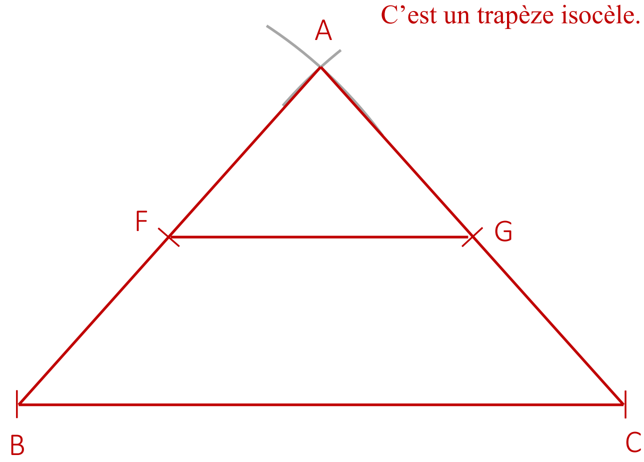
4. Trace 2 droites sécantes. Nomme O le point obtenu. Sur chaque droite, marque les points A et B tels que [OA] = [OB] = 2 cm, puis marque les points C et D tels que [OC] = [OD] = 4 cm. Quelle figure obtiens-tu ?

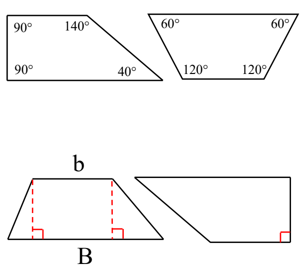
C'est un trapèze isocèle.



5. Construis un <u>triangle isocèle</u> BAC tel que [BA] = [AC] = 6 cm et [BC] = 8 cm. Marque F et G les milieux respectifs de [BA] et [AC], puis relie-les. Que peux-tu dire du quadrilatère BFGC ?

C'est un trapèze isocèle.

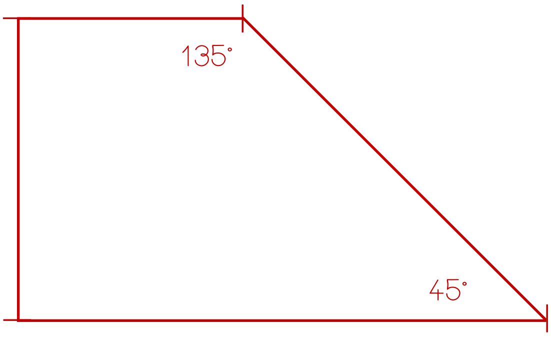




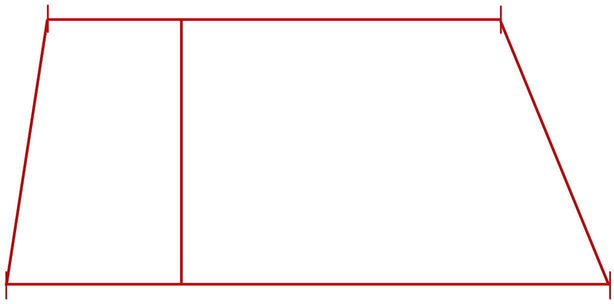
. Comme pour tout quadrilatère, la somme des angles d'un trapèze est égale à **360°**. Dans le cas des trapèzes rectangle et isocèle, il suffit de connaître la mesure d'un angle aigu ou obtus pour connaître celle(s) qui manque(nt).

. Comme pour les triangles, les parallélogrammes et losanges, la **HAUTEUR** d'un trapèze est la perpendiculaire à la grande base qui passe par un sommet de la petite base. Dans le cas du trapèze rectangle, la hauteur correspond au côté perpendiculaire aux bases.

6. Construis un trapèze <u>rectangle</u> de 4 cm de hauteur dont la grande base mesure 7 cm et la petite 3 cm. Mesure l'angle aigu et calcule l'angle obtus. Vérifie.

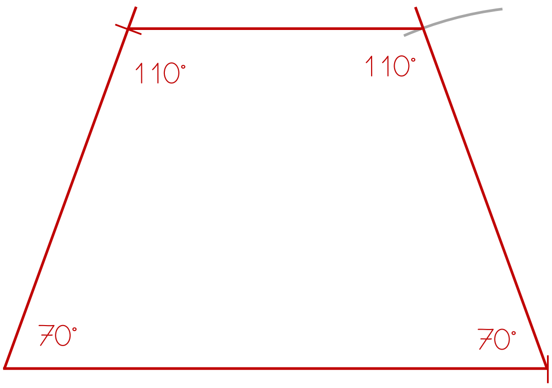


7. Construis un trapèze <u>quelconque</u> de 3,5 cm de hauteur, dont la grande base mesure 8 cm et la petite 6 cm.

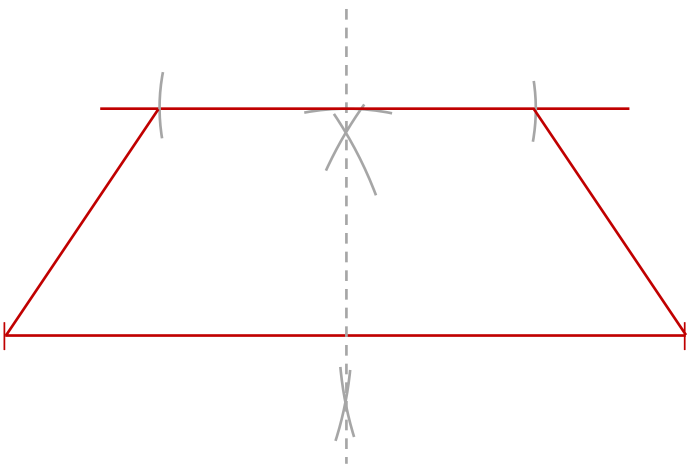


15b

8. Construis un angle BAD de 70°, tel que [AB] = 48 mm et [AD] = 72 mm. Termine de construire le trapèze ABCD de sorte qu'il soit <u>isocèle</u>. Calcule la mesure de ses autres angles (puis vérifie).



9. Construis un <u>trapèze isocèle</u> de 3 cm de hauteur dont la grande base mesure 9 cm et la petite 5 cm. Commence pour cela par tracer la <u>grande base</u>, puis sa <u>médiatrice</u>. A la hauteur voulue, trace la <u>petite base</u>, et délimite ses côtés.



10. Résous ce problème :

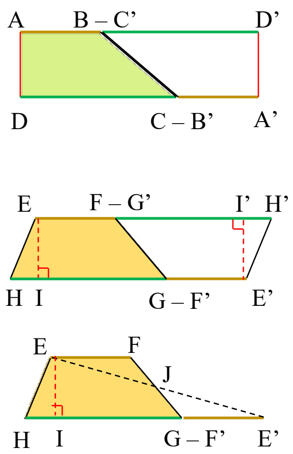
Un trapèze isocèle a 17,5 cm de périmètre. Sa grande base mesure 65 mm et sa petite base 40 mm.

. *Quelle est la longueur de chacun des autres côtés ?*

Les bases mesurent ensemble : 65 mm + 40 mm = 105 mm

Les côtés isocèles mesurent ensemble : 175 mm – 105 mm = 70 mm

Chaque côté isocèle mesure : 70 mm ÷ 2 = 35 mm



. L'**aire** d'un TRAPEZE **RECTANGLE** (ABCD) équivaut à la moitié de l'aire d'un **rectangle** (AD'A'D) dont la longueur correspondrait à la **somme des** grande (DC) et petite (AB) **bases** du trapèze, et la largeur à sa **hauteur** (AD).

. L'**aire** d'un TRAPEZE **QUELCONQUE** (EFGH) ou **ISOCELE** équivaut à la moitié de l'aire d'un **parallélogramme** dont la longueur correspondrait à la **somme des** grande (HG) et petite (EF) **bases** du trapèze, et la **hauteur** à celle du trapèze (EI). Elle équivaut aussi à la surface d'un **triangle** (EE'H) de même **hauteur** (EI), dont la base (HE') correspondrait à la **somme** des grande et petite base (*la surface des triangles EFJ et JE'F' est la même*).

C'est pourquoi, pour calculer l'aire d'un trapèze, on **multiplie** la **somme des bases** par la **hauteur**, et on **divise** le résultat **par 2**.

Surface du trapèze :
$$S = \frac{(B + b) \times h}{2}$$
$$h = \frac{S \times 2}{B + b} \qquad B + b = \frac{S \times 2}{h}$$

11. <u>Réfléchis bien</u>, puis résous le plus de problèmes possible :

. Deux jardins ont la même surface. L'un est un trapèze dont les bases mesurent 24 m et 36 m, et la hauteur 18 m ; l'autre est un triangle de même hauteur que le trapèze. *Quelle est la base du jardin triangulaire ?*

Base du jardin triangulaire : 24 m + 36 m = 60 m

. A marée basse, une plage forme un trapèze dont la grande base mesure 470 m, la petite 230 m, et la hauteur 75 m. *Calcule la surface de la plage à ce moment.*

Surface : (470 m + 230 m) × 75 m ÷ 2 = 26 250 m^2

15c . Sachant que les bases d'un trapèze de 72 cm^2 de surface mesurent 10 cm et 8 cm, quelle est la hauteur de ce trapèze ?

Hauteur : 72 cm^2 × 2 ÷ (10 cm + 8 cm) = 8 cm

. Un trapèze a une surface de 270 cm^2. Sa hauteur mesure 12 cm et ses deux bases ont 9 cm de différence. *Combien chaque base mesure-t-elle ?*

Bases : 270 cm^2 × 2 ÷ 12 = 45 cm

Grande base : (45cm + 9cm) ÷ 2 = 27 cm Petite base : 27 cm – 9cm = 18 cm

. Une cour d'école en forme de trapèze a une surface de 630 m^2.
La grande base étant le double de la petite, quelle est la longueur de chacune, si la hauteur du trapèze mesure 30 m ?

Bases : 630 m^2 ÷ 30 × 2 = 42 cm

Petite base : 42 cm ÷ 3 = 14 cm Grande base : 14 cm × 2 = 28 cm

. Un trapèze dont les bases mesurent 85 m et 35 m a la même surface qu'un carré dont le périmètre mesure 240 m. *Calcule la hauteur du trapèze.*

Côté du carré : 240 m ÷ 4 = 60 m Surface du carré : 3 600 m^2

Hauteur du trapèze : 3 600 m^2 ÷ (85 m + 35 m) × 2 = 60 m

. Un propriétaire possède 2 champs de même superficie ; l'un est un triangle de 120 m de base et 75 m de hauteur, l'autre a la forme d'un trapèze de 45 m de hauteur.
Calcule la surface de chaque champ. Quelles sont les bases du trapèze si la petite base a 40 m de moins que la grande ?

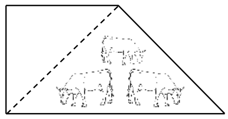
Surfaces : 120 m ÷ 2 × 75 m = 4 500 m^2

Bases du trapèze : 4 500 m^2 ÷ 45 m × 2 = 200 m

Petite base : (200m – 40m) ÷ 2 = 80 m Grande base : 80 m + 40m = 120m

12. Réfléchis bien, puis résous le plus de problèmes possible (*copie les mesures sur les figures*) **:**

. Un terrain en forme de trapèze dont la petite base mesure 80 m, la grande 130 m et la hauteur 70 m a été séparé en 2 prés triangulaires : dans l'un on fait paître des vaches, l'autre reste en jachère.



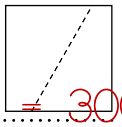
Calcule la surface de chaque pré, puis la surface totale du terrain.

Surface du pré aux vaches : (130 m × 70 m) ÷ 2 = 4 550 m^2

Surface du pré en jachère : (80 m × 70 m) ÷ 2 = 2 800 m^2

Surface totale du terrain : 4 550 m^2 + 2 800 m^2 = 7 350 m^2

. Un champ carré est coupé par une clôture en deux trapèzes égaux. Chaque petite base mesure 75 m et est le tiers de la grande base. *Quelle est, en ares, la surface totale du champ ? la surface d'un des trapèzes ?*

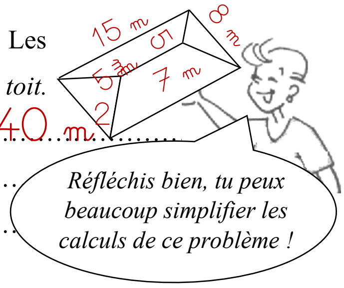


Grande base : 75 m × 3 = 225 m Côté du carré : 75 m × 4 = 300 m

Surface du champ : 300 m × 300 m = 90 000 m^2 = 900 a

Surface d'un trapèze : 900 a ÷ 2 = 450 a

. Un toit est formé de 2 trapèzes isocèles et 2 triangles isocèles dont la hauteur commune est 5 m. Les bases des trapèzes mesurent 7 m et 15 m, celle des triangles mesure 8 m. *Calcule la surface de ce toit.*



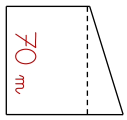
Surface totale des 2 triangles : 8 m × 5 m (÷ 2 × 2) = 40 m^2

Surface totale des 2 trapèzes : (15m + 7m) × 5 m = 110 m^2

Surface du toit : 110 m^2 + 40 m^2 = 150 m^2

15d

. Un champ en forme de trapèze rectangle a été partagé en un rectangle de 3 220 m^2 de surface et 70 m de longueur, et un triangle de 560 m^2 de surface. *Calcule la surface du trapèze, la mesure de sa petite base, puis celle de sa grande base.*



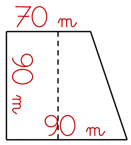
Surface du trapèze : 3 220 m^2 + 560 m^2 = 3 780 m^2

Petite base : 3 220 m^2 ÷ 70 m = 46 m

Bases : 3 780 m^2 × 2 ÷ 70 m = 108 m

Grande base = 108 m – 46 m = 62 m

. Un champ en forme de trapèze rectangle a une hauteur et une grande base de 90 m, et une petite base de 70 m. On veut le partager en deux parcelles de même surface, en tendant une clôture parallèlement à sa hauteur. *A quelle distance du bord du champ cette clôture se trouvera-t-elle ? Combien les bases de l'autre partie du champ mesureront-elles ?*



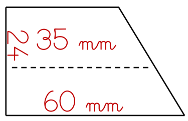
Surface du trapèze : (70 m + 90 m) × 90 m ÷ 2 = 7 200 m^2

Surface des parcelles : 7 200 m^2 ÷ 2 = 3 600 m^2

Distance de la clôture : 3 600 m^2 ÷ 90 m = 40 m

Grande base : 90 m – 40 m = 50 m Petite base : 70 m – 40 m = 30 m

. Un trapèze rectangle a une petite base de 35 mm et une grande base de 60 mm. On le partage en 2 petits trapèzes. Celui du haut a une aire de 1 020 mm^2 et une hauteur de 24 mm, et l'autre une aire de 880 mm^2. *Calcule la surface totale du grand trapèze, puis la hauteur du trapèze du bas, et enfin la mesure de la base commune aux deux petits trapèzes.*



Surface totale : 1 020 mm^2 + 880 m^2 = 1 900 mm^2

Hauteur totale : 1 900 mm^2 × 2 ÷ (35 mm + 60 mm) = 40 mm

Hauteur du trapèze du bas : 40 mm – 24 mm = 16 mm

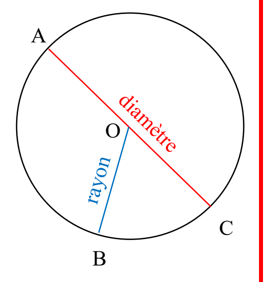
Bases du trapèze du bas : 880 mm^2 × 2 ÷ 16 mm = 110 m

Base commune : 110 mm – 60 mm = 50 mm

16- Le cercle et le disque

Un cercle est une **ligne courbe fermée** dont tous les points sont à **même distance du centre.**

Diamètre = 2 rayons



. Un cercle est une ligne courbe fermée dont tous les points se trouvent à même distance d'un point intérieur unique que l'on appelle le **centre**. On le trace à l'aide d'un **compas**.

Ex : [OA] = [OB] = [OC] = 1,5 cm ; c'est la même chose pour tous les autres points du cercle

. La distance entre le centre et chaque point du cercle est appelée **rayon** (**r**).

Ex : [OA], [OB], [OC] sont des rayons du cercle C. Ils sont de même mesure.

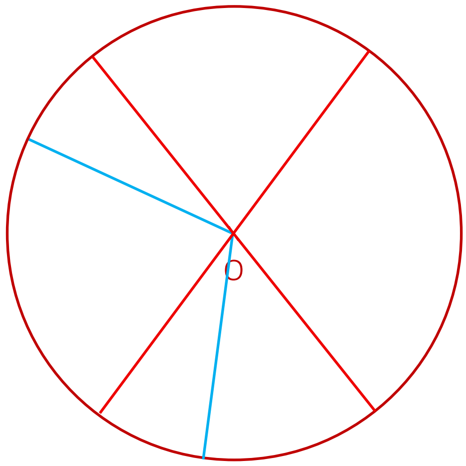
. Le **diamètre** (**D**) d'un cercle est un segment qui relie deux points du cercle en passant par le centre. Il correspond donc à 2 rayons : **D = 2 r** et donc : **r = D ÷ 2**

Ex : [AC] correspond au diamètre du cercle C. [AC] = [AO] + [OC] = 3 cm

16a

1. Trace ci-dessous un <u>cercle de centre O</u> et de <u>rayon 3 cm</u>.

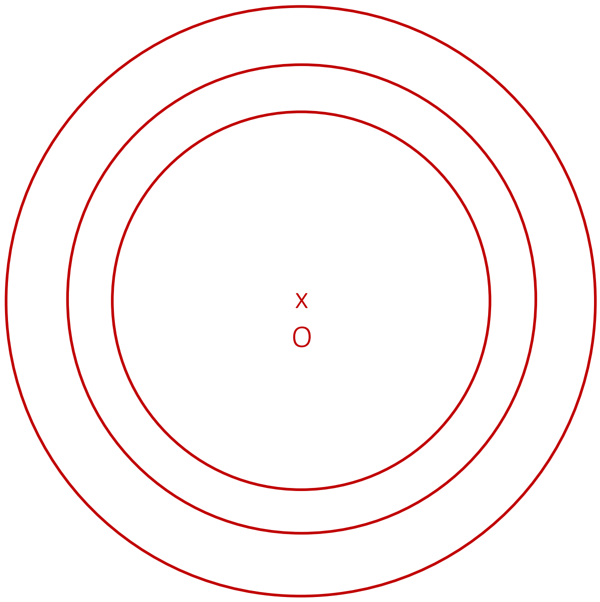
Trace en bleu 2 rayons et en rouge 2 diamètres du cercle, puis vérifie leur longueur.



2. Trace ci-dessous 3 cercles ayant un même centre O. Le 1er aura 2,5 cm de rayon, le 2nd 14 mm de plus, et le 3ème 8 mm de moins que le 2nd.

Calcule les rayons des deux autres cercles :

…2nd : 3,9 cm… …3ème : 3,1 cm…



3. Calcule les <u>diamètres</u> des cercles ayant pour rayon :

. 7 cm : …14 cm… . 6,5 dm : …13 dm…

. 48 mm : …96 mm… . 2,75 m : …5,5 m…

4. Calcule les <u>rayons</u> des cercles ayant pour diamètre :

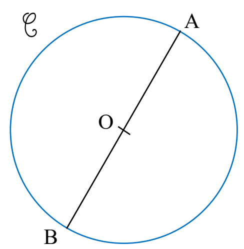
. 9 m : …4,5 m… . 78 mm : …39 mm… . 5,4 cm : …2,7 cm… . 3,70 dm : …1,85 dm…

5. Réfléchis bien, puis résous rapidement ces problèmes (fais un <u>dessin</u> pour t'aider) **:**

. Tout autour d'une pelouse circulaire de 6,50 m de diamètre, on aménage une allée de 0,75 m de large.
Quel est le diamètre extérieur de cette allée ? …6,5 m + (0,75 m × 2) = 8 m…

. Un bassin de forme circulaire est délimité par un muret dont le diamètre extérieur mesure 16,80 m et dont l'épaisseur est 30 cm. *Quel est le rayon intérieur du bassin ?* …16,8 m ÷ 2 – 0,3 m = 8,1 m…

16b



Le **PERIMETRE** d'un cercle s'appelle sa **circonférence**. Pour le calculer, on utilise une valeur que l'on représente par la lettre grecque π (**pi**) :

π = 3,141 592 653 589 793… ; pour simplifier, on retient $\pi = \frac{22}{7}$ ou π = 3,14

Le périmètre d'un cercle se calcule ainsi : P = π x D ou P = π x 2 r

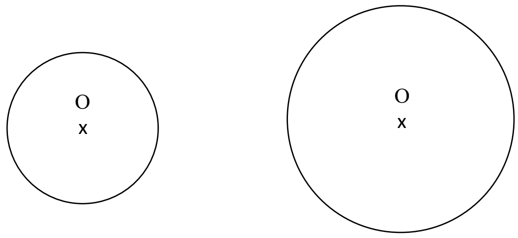
Ex : Le périmètre de 𝒞 est égal à π x ([AO] x 2) *ou* π x [AB] = 3,14 x 3 cm = 9,42 cm

$\pi = \frac{22}{7}$ = 3,14

P = π x D *ou* π x 2 r

D = P ÷ π r = $\frac{P}{2}$ ÷ π

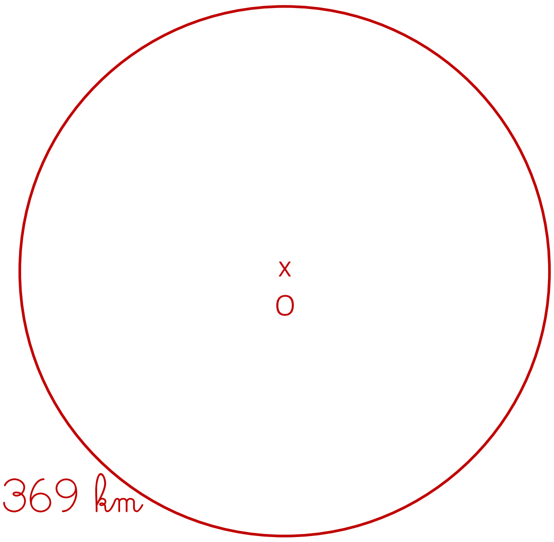
6. Prends les mesures nécessaires puis calcule les périmètres des cercles ci-dessous :



……6,28 cm…… ……9,42 cm……

7. Après avoir effectué les calculs nécessaires, trace ci-dessous un cercle de 22 cm de périmètre.

r = …(22 ÷ $\frac{22}{7}$) ÷ 2 = 3,5 cm……



8. Réfléchis bien, puis résous rapidement ces problèmes :

. La grande aiguille d'une pendule mesure 21 cm. *Quelle distance sa pointe parcourt-elle en une heure ?* ……

. La longueur de l'équateur est environ 40 000 km. *Calcule le rayon de la terre au km près.* (40 000 km ÷ 3,14) ÷ 2 = 6 369 km

. Autour d'un massif circulaire de 3 m de diamètre, un jardinier plante des œillets espacés en moyenne de 157 mm. *Combien peut-il en planter ?* Périmètre : 3 m x 3,14 = 9,42 m

Nombre d'œillets : 9 420 mm ÷ 157 mm = 60 œillets

. Les roues d'un vélo ont un diamètre de 0,70 m. *Combien de tours feront-elles sur un parcours de 44 km ?*

Périmètre : 0,7 m x $\frac{22}{7}$ = 2,2 m

Nombre de tours : 44 000 m ÷ 2,2 m = 20 000 tours

. Un jardinier dispose de 19 m de bordure décorative qu'il désire utiliser entièrement autour d'un bassin circulaire de 3 m de diamètre. *A quelle distance du bassin doit-il la placer pour cela ?* ……

Le diamètre doit être de : 19 m ÷ 3,14 = 6 m

Distance du bassin : (6 m – 3 m) ÷ 2 = 1,5 m

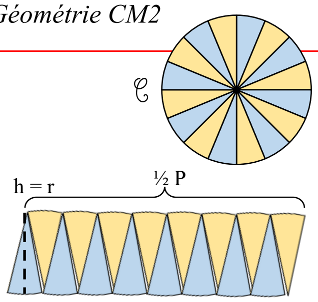
. Papa réalise une table ronde de 8 places de 75 cm chacune. *Quel diamètre aura cette table ?* Maman confectionne une nappe qui débordera de 30 cm tout autour de la table. *Quelle longueur de biais (ruban) lui faut-il pour border cette nappe ?*

Périmètre : 75 cm x 8 = 600 cm

Diamètre : 600 cm ÷ 3,14 = 191 cm

Diamètre de la nappe : 191 cm + (30 cm x 2) = 251 cm

Longueur de biais : 251 cm x 3,14 = 788,14 cm



Aire du disque :
A = π r²

. La surface limitée par un cercle se nomme un **disque**.

. Elle correspond à un ***parallélogramme***, dont la *hauteur* serait un *rayon du cercle*, et la *base* la *moitié du périmètre*. On calcule donc la surface du cercle en multipliant la **base** de ce parallélogramme ($\frac{2\pi r}{2}$) par la **hauteur** (r), soit $\pi \times r \times r$, soit πr^2.

Ex : L'aire de 𝒞 est égale à 3,14 x 1 cm x 1 cm = 3,14 cm²

9. Réfléchis bien, puis résous rapidement ces problèmes :

. Un jardinier délimite le contour d'une pelouse à l'aide d'une ficelle de 10 m de long qu'il fait tourner autour d'un piquet. *Quelle sera la surface de cette pelouse ?* 10 m × 10 m × 3,14 = 314 m²

. Du sommet d'une tour on voit toute la région sur une distance de 20 km. *Indique en hectares la surface que l'on voit.*
20 km × 20 km × 3,14 = 1 256 km² = 125 600 ha

. Une bouche de chaleur est recouverte d'une grille circulaire de 70 cm de diamètre. *Quelle est la surface de cette grille* ?
Rayon : 70 cm ÷ 2 = 35 cm
Surface : 35 cm × 35 cm × $\frac{22}{7}$ = 3 850 cm²

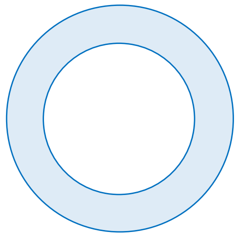
. On attache une chèvre dans un pré et on donne à la corde une longueur de 4 m. En allongeant le cou, la chèvre finit par gagner 20 cm. *Quelle étendue peut-elle brouter ?* Rayon : 4 m + 0,2 m = 4,2 m
Surface : 4,2 m × 4,2 m × $\frac{22}{7}$ = 55,44 m²

16c . Une pelouse circulaire a 7 m de diamètre. *Combien de rosiers pourra-t-on y planter si l'on prévoit pour chaque rosier une surface de 25 dm² ?* Rayon : 7 m ÷ 2 = 3,5 m
Surface de la pelouse : 3,5 m × 3,5 m × $\frac{22}{7}$ = 38,5 m²
Nombre de rosiers : 3 850 dm² ÷ 25 dm² = 154 rosiers

. Maman achète 1,40 m de toile cirée de 1,40 m de large. Elle découpe dans cette toile le plus grand cercle possible pour recouvrir une table ronde. *Trouve la surface du cercle découpée, et celle de la toile cirée inutilisée*.
Rayon : 1,40 m ÷ 2 = 0,7 m
Surface du cercle : 0,7 m × 0,7 m × $\frac{22}{7}$ = 1,54 m²
Surface de la toile : 1,4 m × 1,4 m = 1,96 m²
Surface inutilisée : 1,96 m² – 1,54 m² = 0,42 m²

. Bastien a posé sur la toile cirée une casserole brûlante de 44 cm de circonférence. *Calcule la surface de toile brûlée.*
Diamètre : 44 cm ÷ $\frac{22}{7}$ = 14 cm Rayon = 7 cm
Surface brûlée : 7 cm × 7 cm × $\frac{22}{7}$ = 154 cm²

(. Martin mesure le tour extérieur d'un bassin : il trouve 11 m. Le muret qui délimite ce bassin a une épaisseur de 35 cm. La profondeur de l'eau qui s'y trouve est 30 cm. *Calcule le volume de l'eau contenue dans ce bassin.*)
Diamètre : 11 m ÷ $\frac{22}{7}$ = 3,5 m Rayon : 3,5 m ÷ 2 = 1,75 m
Rayon intérieur : 1,75 m – 0,35 m = 1,4 m
Surface intérieure : 1,4 m × 1,4 m × $\frac{22}{7}$ = 6,16 m²
(Volume de l'eau : 6,16 m² × 0,3 m = 1,848 m³)



. La surface comprise entre 2 cercles de même centre se nomme une **couronne**.

. Pour la calculer, on soustrait à la surface du grand disque celle du petit disque.

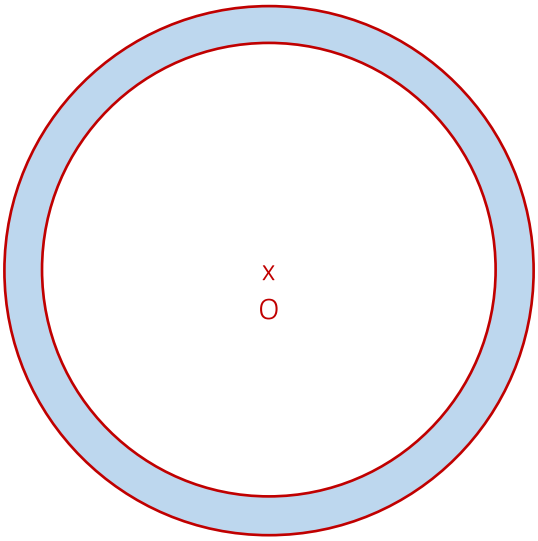
Ex : La surface du cercle extérieur est 1,5 cm x 1,5 cm x 3,14 = 7,065 cm².

La surface du cercle intérieur est 1 cm x 1 cm x 3,14 = 3,14 cm².

La surface de cette couronne est donc 7,065 cm² – 3,14cm² = 3,925 cm²

16d

10. Trace ci-dessous 2 cercles de centre O, de rayons 3 cm et 35 mm ; colorie la couronne, puis calcules-en la surface.

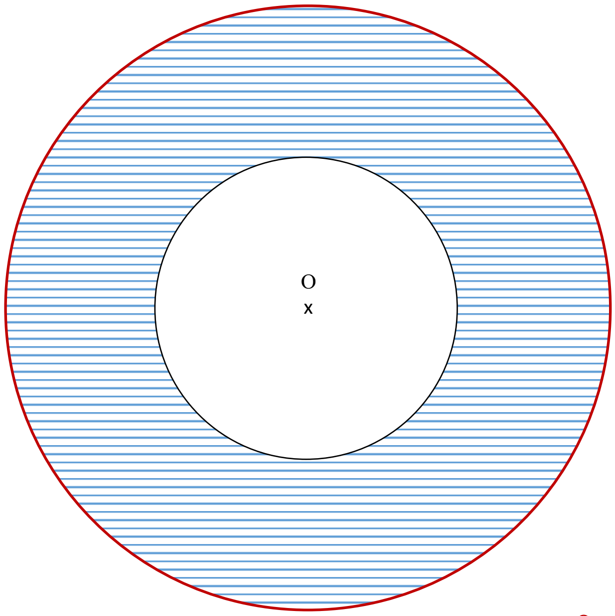


$3\text{ cm} \times 3\text{ cm} \times 3,14 = 28,26\text{ cm}^2$

$3,5\text{ cm} \times 3,5\text{ cm} \times \frac{22}{7} = 38,5\text{ cm}^2$

$38,5\text{cm}^2 - 28,26\text{cm}^2 = 10,24\text{ cm}^2$

11. Prends la mesure du cercle ci-dessous, puis fais en sorte d'obtenir une grande couronne large de 2 cm (hachure-la), dont tu calculeras la surface.



$2\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times 3,14 = 12,56\text{ cm}^2$

$4\text{ cm} \times 4\text{ cm} \times 3,14 = 50,24\text{ cm}^2$

$50,24\text{ cm}^2 - 12,56\text{ cm}^2 = 37,68\text{ cm}^2$

12. Résous ces problèmes :

. Autour d'un bassin délimité par un muret de 30 cm d'épaisseur et dont le diamètre intérieur est de 3,6 m, on aménage un trottoir cimenté de 1,40 m de large. *Calcule la surface cimentée.* Rayon intérieur : 3,6 m ÷ 2 = 1,8 m

Rayon extérieur : 1,8m + 0,3m = 2,1m Rayon du trottoir : 2,1m + 1,4m = 3,5m

Surface du bassin : $2,1\text{ m} \times 2,1\text{ m} \times \frac{22}{7} = 13,86\text{ m}^2$

Surface totale : $3,5\text{ m} \times 3,5\text{ m} \times \frac{22}{7} = 38,5\text{ m}^2$

Surface cimentée : $38,5\text{ m}^2 - 13,86\text{ m}^2 = 24,64\text{ m}^2$

(. Pour bâtir un puits circulaire de 1,20 m de diamètre extérieur, on monte une margelle de 20 cm d'épaisseur et de 80 cm de hauteur. *Quel est le volume des pierres utilisées ?*) Rayon extérieur : 1,2 m ÷ 2 = 0,6 m

Rayon intérieur : 0,6 m – 0,2 m = 0,4 m

Surface extérieure : $0,6\text{ m} \times 0,6\text{ m} \times 3,14 = 1,1304\text{ m}^2$

Surface intérieure : $0,4\text{ m} \times 0,4\text{ m} \times 3,14 = 0,5024\text{ m}^2$

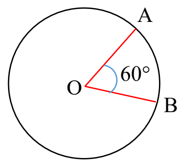
Surface de la margelle : $1,1304\text{ m}^2 - 0,5024\text{ m}^2 = 0,628\text{ m}^2$

(Volume de pierres : $0,628\text{ m}^2 \times 0,8\text{ m} = 0,5024\text{ m}^3$)

17- Arc, corde, et secteur circulaire

Arc = $\frac{\text{P x angle au centre}}{360}$

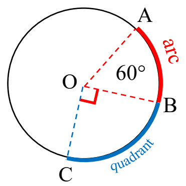
17a



. Un cercle tout entier correspond à un angle de **360 degrés**.

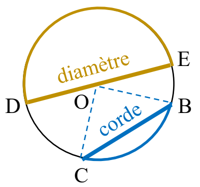
. Un angle dont le sommet correspond au centre d'un cercle s'appelle un **ANGLE AU CENTRE**.

Ex : Ex : l'angle AOB est un angle au centre de 60°.



. Une portion de cercle délimitée par 2 points du cercle s'appelle un **ARC**. Sa valeur est celle de l'angle au centre qui lui correspond. Lorsque cet angle est droit, l'arc s'appelle un *quadrant*.

Ex : L'arc AB vaut 60°. L'arc BC vaut 90° : c'est un quadrant.



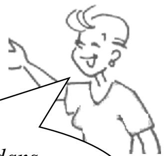
. Un segment de droite qui joint 2 points du cercle (les 2 extrémités d'un arc) est une **CORDE**.

Un diamètre est une corde qui passe par le centre du cercle (il correspond à un arc de 180°).

Ex : Le segment [BC] est la corde qui sous-tend l'arc BC. Le diamètre [DE] sous-tend l'arc DE.

. Pour calculer la **longueur d'un arc**, on multiplie le périmètre du cercle par la valeur de l'angle au centre qui lui correspond, et on divise le résultat par 360°.

Ex : Le périmètre du cercle mesurant 6,28 cm, l'arc AB mesure $\frac{6{,}28 \times 60}{360}$ = 1,04 cm



A l'aide du compas, trace dans le grand cercle de l'exercice 2 une corde de 3 cm de long.

1. Réponds rapidement à ces questions :

. Quelle est la valeur de l'**angle** au centre formé par un **diamètre** ? 180°

. Quelle est, en **fraction simplifiée** par rapport au périmètre du cercle, l'arc limité par ce diamètre ? $\frac{180}{360} = \frac{1}{2}$

. Combien de **degrés** mesurent ¼ de cercle ? 90° ⅙ de cercle ? 60° ⅑ de cercle ? 40°

. Quelle **fraction simplifiée** du cercle représente un arc de **36°** ? $\frac{36}{360} = \frac{1}{10}$ Un arc de **120°** ? $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$

. Une circonférence mesure 6,40 m. Combien mesure un **arc** de **90°** ? 1,6 m de **45°** ? 0,8 m

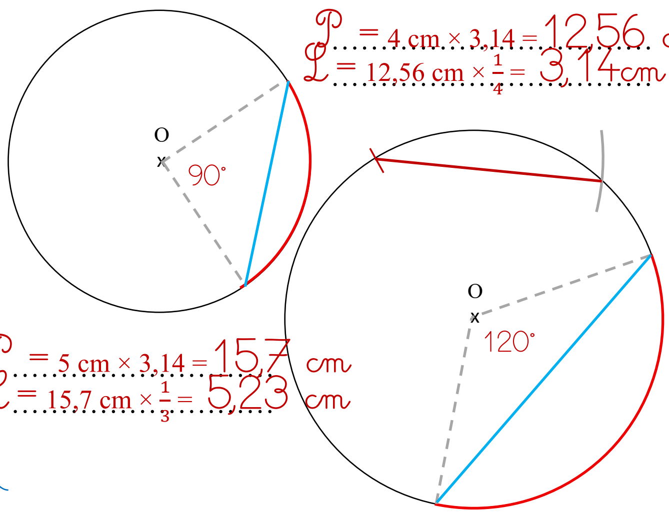
. Combien mesure un **arc** correspondant aux ¾ d'un cercle de **252 cm** de périmètre ? $252 \times \frac{3}{4}$ = 189 cm

(. Dans un cercle de **4 dm** de **rayon**, combien mesure un **arc** de **30°** ? (calcule au brouillon) 2,09 dm)

(. Un arc de **45°** mesure **0,08 m**. Trouve le **rayon** du cercle. (calcule au brouillon) 2,03 m)

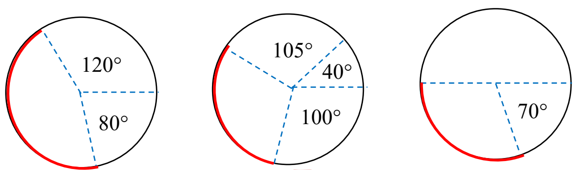
2. Dans le 1er cercle, délimite en rouge un quadrant, puis trace en bleu la corde qui sous-tend cet arc. Calcule la longueur de cet arc. Fais de même dans le second cercle, mais avec un angle au centre de 120°.

$\mathcal{P}$ = 4 cm × 3,14 = 12,56 cm
$\mathcal{L}$ = 12,56 cm × $\frac{1}{4}$ = 3,14 cm

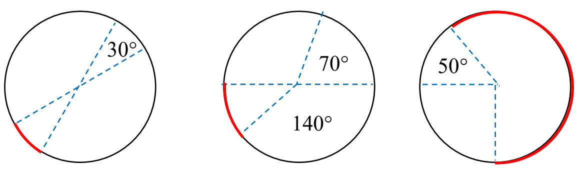


$\mathcal{P}$ = 5 cm × 3,14 = 15,7 cm
$\mathcal{L}$ = 15,7 cm × $\frac{1}{3}$ = 5,23 cm

3. Calcule la valeur des angles au centre restants, puis la longueur de 2 arcs rouges.

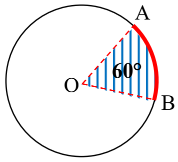


160° 2,79 cm
115° 2 cm
110° 1,9 cm



150° 0,52 cm
110° et 40° 0,69 cm
220° 3,83 cm

Secteur = $\frac{\text{A x angle au centre}}{360}$



. Une portion de cercle limitée par 2 rayons et un arc s'appelle un **SECTEUR**.

. Il correspond au même angle au centre que celui de l'arc qui le délimite.

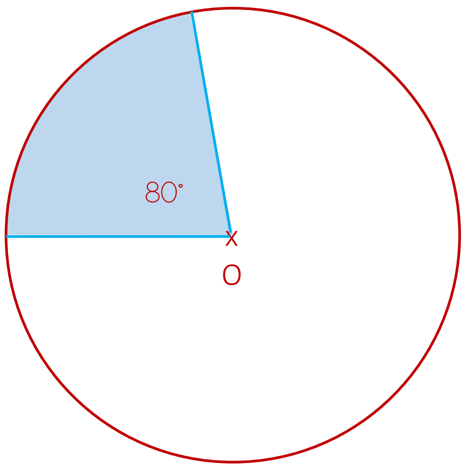
Ex : Le secteur AOB, limité par les rayons OA et OB et l'arc AB de 60°, mesure 60°.

. Pour calculer la **surface d'un secteur**, on multiplie la surface du cercle par la valeur de l'angle au centre qui lui correspond, et on divise le tout par 360.

Ex : La surface du cercle étant 3,14 cm², le secteur AOB a une surface de $\frac{3,14 \times 60}{360}$ = 0,52 cm²

17b

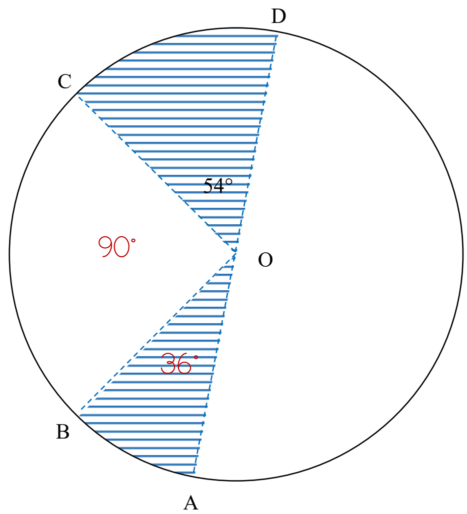
4. Trace ci-dessous un cercle de 3 cm de rayon. Délimite un secteur de 80°, puis calcule sa surface.



A : 3 cm × 3 cm × 3,14 = 28,26 cm²

Secteur : 28,26 cm² × $\frac{80}{360}$ = 6,28 cm²

5. Prends ou calcule les mesures nécessaires, hachure les secteurs AOB et COD puis calcule leurs surfaces.



$\widehat{BOA}$ = 180° - (90° + 54°) = 36°

AOB = 28,26 cm² × $\frac{36}{360}$ = 2,826 cm²

COD = 28,26 cm² × $\frac{54}{360}$ = 4,239 cm²

6. Résous le plus de problèmes possible :

. Un secteur de 120° a une surface de 392 cm². *Quelle est la surface du cercle entier ?*

Le secteur représente 120° ÷ 360° = 1/3 de la surface totale

La surface du cercle est de 392 cm² × 3 = 1 176 cm²

. Dans un cercle dont la surface est de 18 dm², quelle est la surface d'un secteur circulaire dont l'angle au centre mesure 27° ?

Le secteur représente 27° ÷ 360° = 3/40 de la surface totale

La surface du secteur est de 18 dm² × 3/40 = 1,35 dm²

. Calcule la surface d'un secteur de 42° dans un cercle de 6 m de rayon.

La surface du cercle est de 6 cm × 6 cm × 3,14 = 113,04 cm²

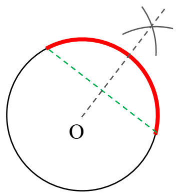
La surface du secteur est de 113,04 dm² × 42/360 = 13,88 dm²

. Calcule la surface d'un secteur de 96° dans un cercle de 40 cm de diamètre.

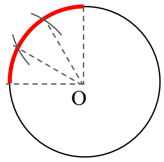
La surface du cercle est de 20 cm × 20 cm × 3,14 = 1 256 cm²

La surface du secteur est de 1 256 cm² × 96/360 = 334,9 cm²

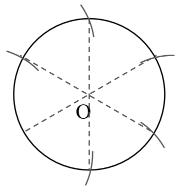
17c



. On peut diviser un **arc** en **2** parties égales en faisant en sorte d'obtenir la médiatrice de sa corde : à partir de chaque extrémité de l'arc, en gardant le même écartement, on fait une marque au compas à l'extérieur du cercle, vers le centre de l'arc. Le point qui divise l'arc en 2 parties égales se situe au croisement du cercle et de la droite qui relie le centre du cercle au point obtenu.

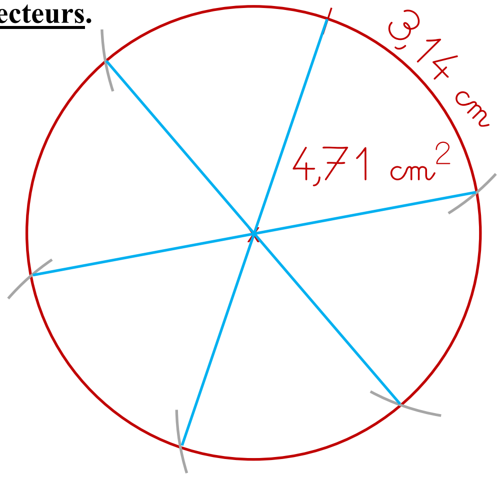


. Pour diviser un **quadrant** en **3** parties égales, le compas doit avoir l'écartement du rayon de ce cercle. On place la pointe sur une extrémité du quadrant, et en direction de l'autre extrémité on fait un arc de cercle sur le grand cercle. On fait de même à partir de l'autre extrémité de l'arc.

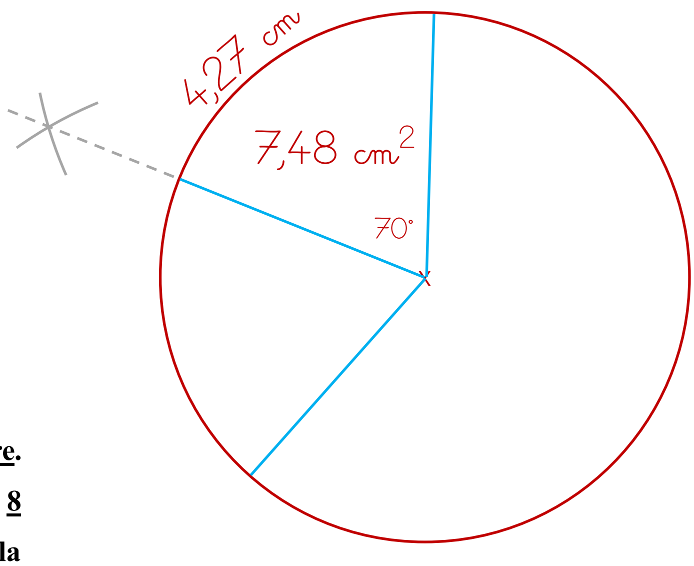


. Pour diviser un **cercle** en **6** parties égales, le compas doit aussi avoir l'écartement du rayon de ce cercle. On place sa pointe n'importe où sur le cercle, et on marque 2 autres points du cercle. On positionne ensuite la pointe sur les points obtenus, et on fait de même jusqu'à obtenir 6 points. Si l'on formait de grands arcs de cercle, on obtiendrait une rosace.

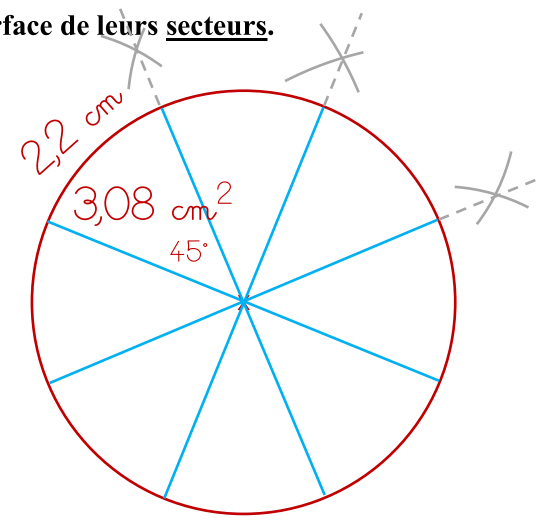
7. Trace un cercle de <u>6 cm de diamètre</u>. Coupe-le en <u>6 parties</u> égales. Calcule la longueur des <u>arcs</u> ainsi obtenus, puis la surface de leurs <u>secteurs</u>.



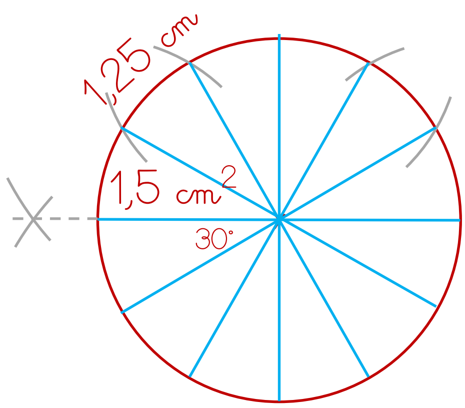
8. Trace un cercle de <u>7 cm de diamètre</u>. Délimite un <u>arc de 140°</u>, puis coupe-le en <u>2 parties</u> égales. Calcule la longueur des <u>arcs</u> ainsi obtenus, puis la surface de leurs <u>secteurs</u>.



9. Trace un cercle de <u>5,6 cm de diamètre</u>. Réfléchis bien à la manière de le couper en <u>8 parties</u> égales. Après l'avoir fait, calcule la longueur des <u>arcs</u> ainsi obtenus, puis la surface de leurs <u>secteurs</u>.

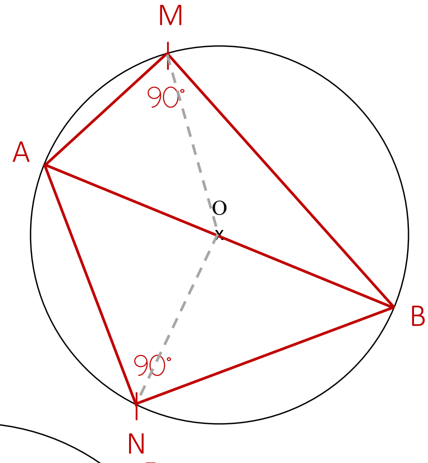


10. Trace un cercle de <u>4,8 cm de diamètre</u>. Réfléchis bien à la manière de le couper en <u>12 parties</u> égales. Calcule la longueur des <u>arcs</u> ainsi obtenus, puis la surface de leurs <u>secteurs</u>.



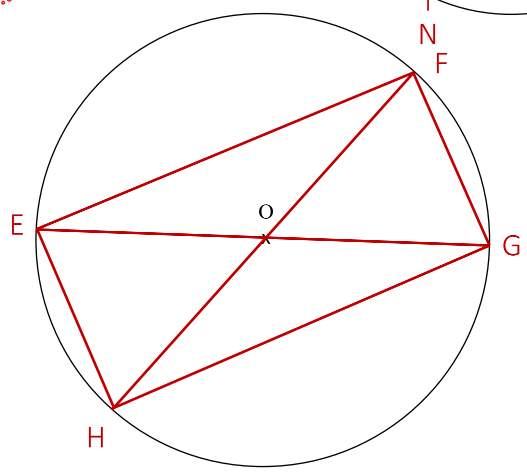
17d

11. Trace un diamètre du cercle ci-contre ; nomme ses points A et B. Place sur le cercle un point M, et relie les points A, M et B. Mesure l'angle $\widehat{AMB}$. De l'autre côté du triangle, place n'importe où un point N, et relie les points A, N et B. Mesure l'angle $\widehat{ANB}$. Que remarques-tu ?



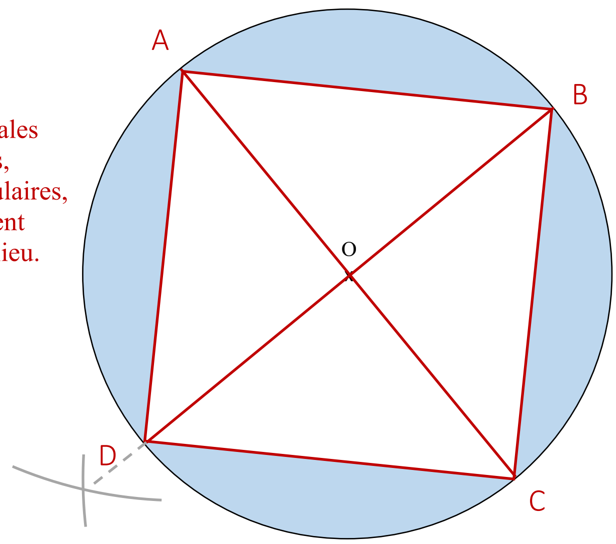
12. Dans le cercle ci-contre, trace 2 diamètres non perpendiculaires EG et FH. Joins dans l'ordre les points E, F, G, H. Quelle figure obtiens-tu ? Explique pourquoi.

Un rectangle : ses diagonales sont égales
et se coupent en leur milieu.



13. Dans le cercle ci-contre, trace 2 diamètres perpendiculaires AC et BD. Joins dans l'ordre les points A, B, C, D. Quelle figure obtiens-tu ? Explique pourquoi. Calcule la surface du cercle, puis la surface de ABD, et celle de ABCD. Colorie la partie entre le cercle et ABCD. Calcules-en la surface.

Un carré :
ses diagonales
sont égales,
perpendiculaires,
et se coupent
en leur milieu.



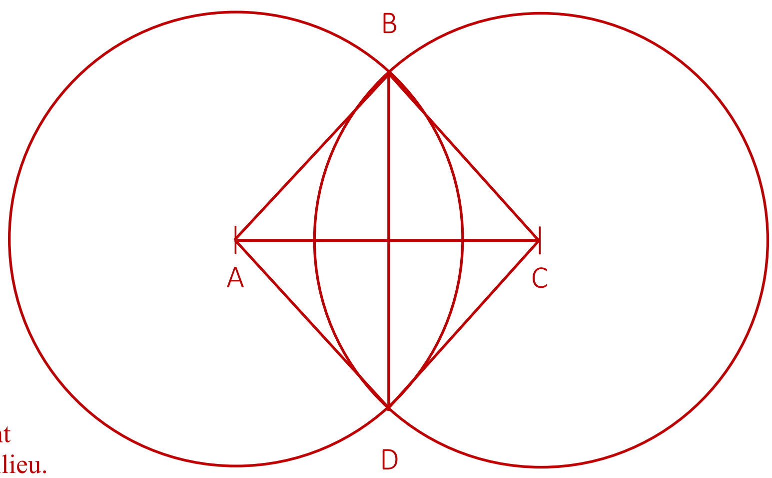
Cercle : 38,5 cm^2 …………………………

ABD : 12,25 cm^2 …………………………

ABCD : 24,5 cm^2 …………………………

Surface colorée : 14 cm^2 ………………

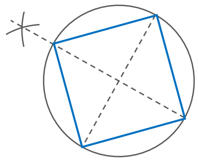
14. Trace un segment [AC] de 4 cm. Trace 2 cercles de centres A et C et de rayon 3 cm. Nomme B et D les points où ces cercles se coupent. Trace le segment [BD], puis relie dans l'ordre les points A, B, C et D. Quelle figure obtiens-tu ? Explique pourquoi.

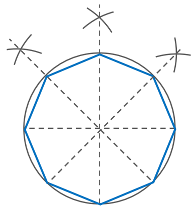


Un losange : ses 4 côtés sont égaux et ses diagonales sont
perpendiculaires, mais elles ne se coupent pas en leur milieu.

18- Les polygones réguliers

Un **polygone régulier** s'inscrit toujours **dans un cercle**





. Dans tout **polygone régulier**, tous les côtés sont égaux et tous les angles sont de même mesure. Le triangle équilatéral et le carré sont par exemple des polygones réguliers.

. Un polygone régulier s'inscrit toujours **dans un cercle**. C'est pourquoi le moyen le plus simple de construire un polygone régulier est de commencer par tracer un cercle. Les angles au centre, qui correspondent à l'écart d'un sommet à l'autre, sont tous de même mesure. Les diamètres sont les diagonales qui relient les sommets opposés du polygone.

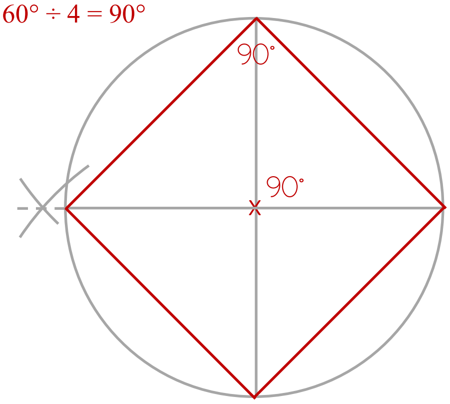
. Pour construire un **carré** (4 sommets), on découpe le cercle en 4 parties égales, en traçant un diamètre puis en construisant le diamètre perpendiculaire au premier, puis on relie les sommets.

. Pour construire un **octogone** régulier (8 sommets), on découpe le cercle en 8 parties égales, en construisant les médiatrices des quadrants qu'on aura construits au préalable. On relie ensuite les sommets successifs.

18a

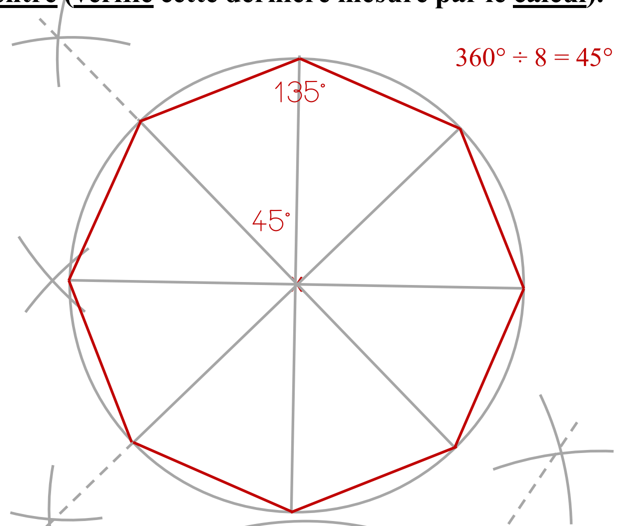
1. Trace un cercle de <u>5 cm de diamètre</u>, puis trace à l'intérieur un <u>carré</u> positionné de manière oblique. Vérifie la <u>mesure</u> des <u>angles</u> des <u>sommets</u>, ainsi que celle des angles <u>au centre</u> (<u>vérifie</u> cette dernière mesure par le <u>calcul</u>).

360° ÷ 4 = 90°



2. Trace un cercle de <u>3 cm de rayon</u>, puis découpe-le de sorte à pouvoir tracer un <u>octogone</u>. <u>Mesure</u> les <u>angles</u> des <u>sommets</u>, ainsi que les angles au <u>centre</u> (<u>vérifie</u> cette dernière mesure par le <u>calcul</u>).

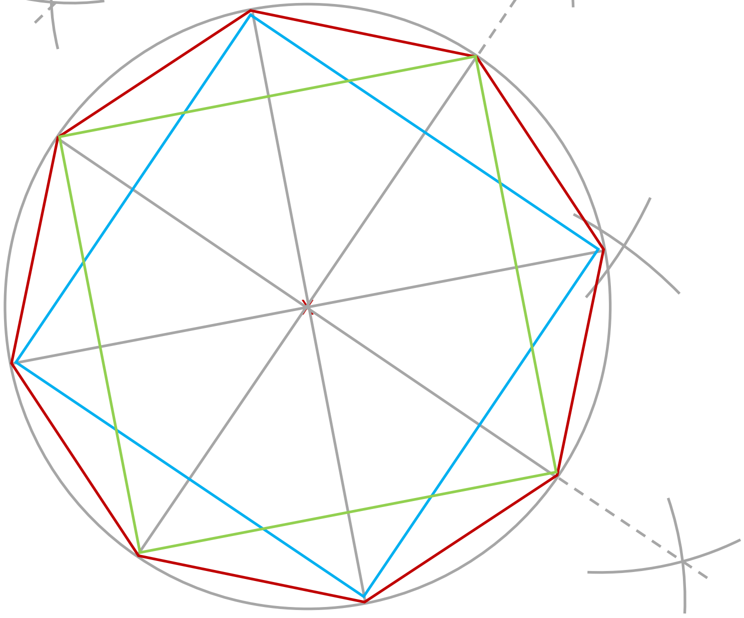
360° ÷ 8 = 45°

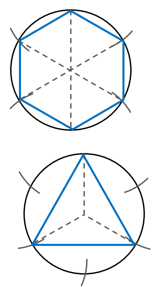


3. Trace ci-contre un cercle de <u>8 cm de diamètre</u>. Trace en rouge un <u>octogone</u>, puis à partir des sommets de cette figure, trace <u>2 carrés</u> différents (l'un vert, l'autre bleu). Après avoir <u>mesuré</u> les <u>côtés</u> de l'octogone et d'un carré, calcule le <u>périmètre</u> de chacun de ces polygones.

Octogone : 3 cm × 8 = 24 cm

Carré : 5,6 cm × 4 = 22,4 cm





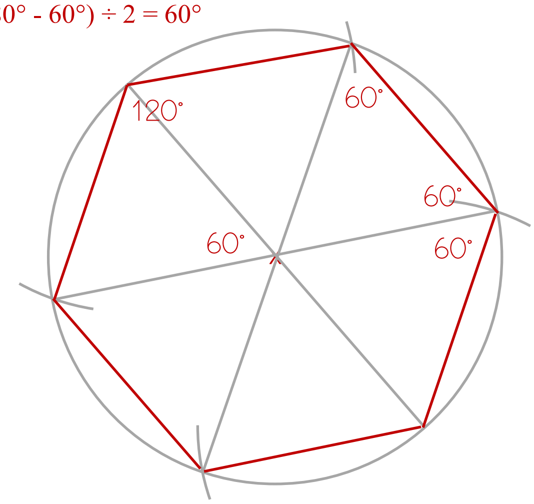
. Pour construire un **hexagone** régulier (6 sommets), on découpe le cercle en 6 parties égales, en reportant avec le compas l'écart du rayon de part et d'autre d'un diamètre, puis on relie les sommets successifs. Les triangles formés par les diagonales de l'hexagone sont des triangles équilatéraux.

. Pour construire un **triangle équilatéral** dans un cercle, on découpe le cercle en 6 parties égales, puis on relie 1 sommet sur 2. Pour visualiser les angles au centre, il ne faut pas tracer les diamètres en entier mais ne tracer que les rayons qui relient chaque sommet au centre.

18b

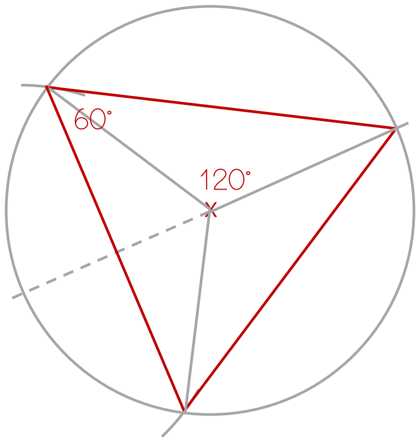
4. Trace un cercle de <u>6 cm de diamètre</u>, puis trace à l'intérieur un <u>hexagone</u>. <u>Mesure</u> les <u>angles</u> des <u>sommets</u>, les angles au <u>centre</u>, et les autres angles des triangles formés par les diagonales. Vérifie ces dernières mesures par le calcul.

(180° - 60°) ÷ 2 = 60°



5. Trace un cercle de <u>2,7 cm de rayon</u>, puis découpe-le de sorte à pouvoir tracer un <u>triangle équilatéral</u>. <u>Mesure</u> les <u>angles</u> des <u>sommets</u>, ainsi que les angles au <u>centre</u> (<u>vérifie</u> cette dernière mesure par le <u>calcul</u>).

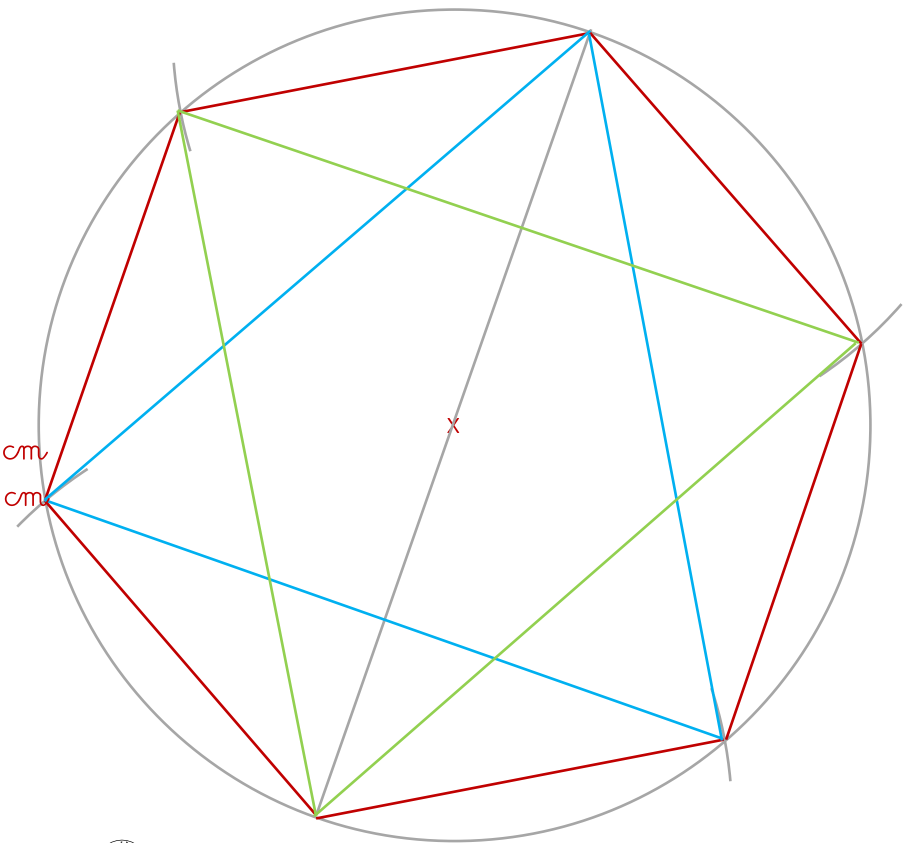
360° ÷ 3 = 120°

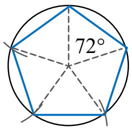


6. Trace ci-contre un cercle de <u>5,5 cm de rayon</u>. Trace en rouge un <u>hexagone</u>, puis à partir des sommets de cette figure, trace <u>2 triangles</u> différents (l'un vert, l'autre bleu). Après avoir mesuré les côtés de l'hexagone et d'un triangle, calcule le <u>périmètre</u> de chacun de ces polygones.

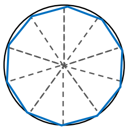
Hexagone : 5,5 cm × 6 = 33 cm

Triangle : 9,5 cm × 3 = 28,5 cm

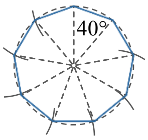




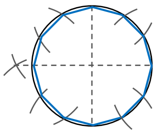
. Pour construire un **pentagone** régulier (5 sommets), après avoir tracé un cercle, on divise 360° en 5, ce qui fait des angles au centre de 72° : à l'aide d'un rapporteur, on trace un premier rayon et un angle de 72°, puis on le reporte au compas 4 fois (cf ***fiche 3c***), avant de relier les sommets.



. Pour construire un **décagone** régulier (10 sommets), on fait de même, mais on prolonge les rayons ainsi obtenus de sorte à en faire des diamètres, puis on relie les 10 sommets successifs.



. Pour construire un **ennéagone** régulier (9 sommets), après avoir tracé un cercle, on divise 360° en 9, ce qui fait des angles au centre de 40°. A l'aide d'un rapporteur, on trace un premier rayon et un angle de 40°, puis on le reporte 8 fois, avant de relier les sommets successifs ainsi obtenus.

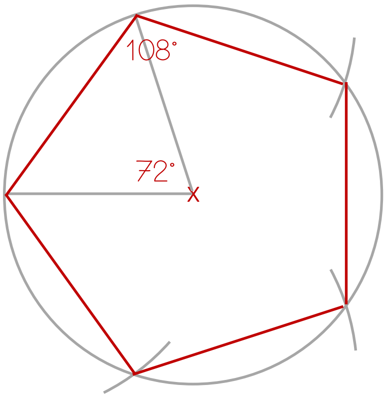


. Pour construire un **dodécagone** régulier (12 sommets), on divise un cercle en 4 secteurs égaux, comme pour un carré, puis on divise les quadrants en 3 parties égales (cf fiche **17c**). On relie ensuite les 12 sommets successifs.

18c

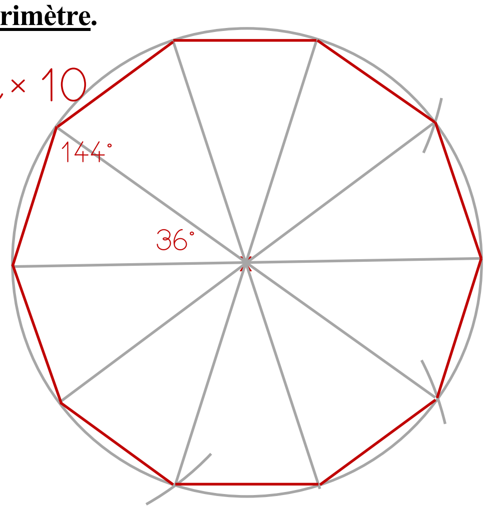
7. Trace un cercle de <u>2,5 cm de rayon</u>, puis trace à l'intérieur un <u>pentagone</u>. <u>Mesure</u> les <u>angles</u> des <u>sommets</u>, puis les côtés du pentagone, dont tu calculeras le <u>périmètre</u>.

$\mathcal{P} = 5{,}9 \text{ cm} \times 5$
$= 29{,}5 \text{ cm}$



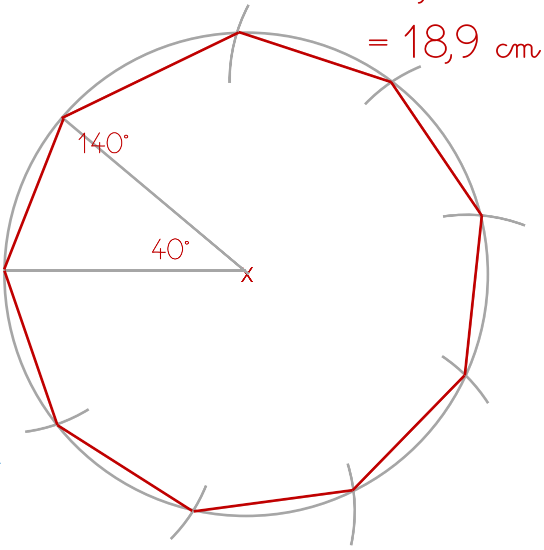
8. Trace un cercle de <u>6,2 cm de diamètre</u>, puis trace à l'intérieur un <u>décagone</u>. <u>Mesure</u> les <u>angles</u> des <u>sommets</u>, puis les côtés du décagone, dont tu calculeras le <u>périmètre</u>.

$\mathcal{P} = 3{,}8 \text{ cm} \times 10$
$= 38 \text{ cm}$



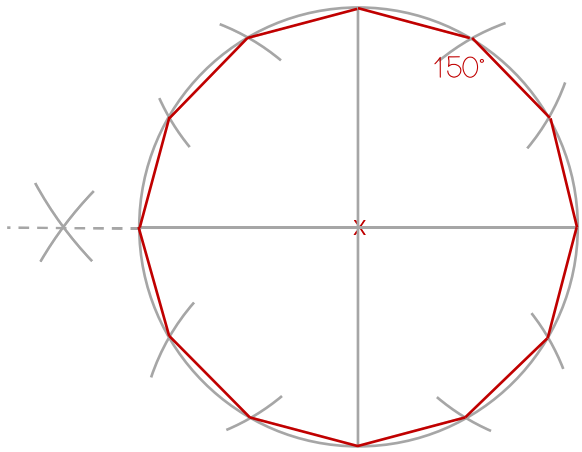
9. Trace un cercle de <u>3,2 cm de rayon</u>, puis trace à l'intérieur un <u>ennéagone</u>. <u>Mesure</u> les <u>angles</u> des <u>sommets</u>, puis les côtés de l'ennéagone, dont tu calculeras le <u>périmètre</u>.

$\mathcal{P} = 2{,}1 \text{ cm} \times 9$
$= 18{,}9 \text{ cm}$

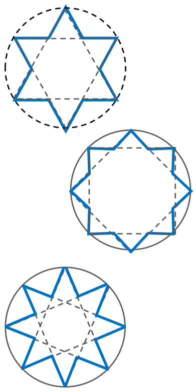


10. Trace un cercle de <u>58 mm de diamètre</u>, puis trace à l'intérieur un <u>dodécagone</u>. <u>Mesure</u> les <u>angles</u> des <u>sommets</u>, puis les côtés du dodécagone, dont tu calculeras le <u>périmètre</u>.

$\mathcal{P} = 3 \text{ cm} \times 12$
$= 36 \text{ cm}$



18d



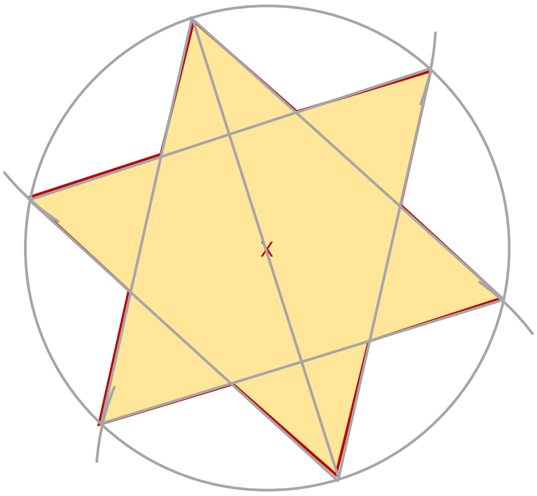
A partir d'un cercle, on peut construire aussi des **polygones étoilés** :

. Pour construire une étoile à **6** branches, il suffit de tracer dans un cercle 2 **triangles** équilatéraux, et de ne repasser que les côtés extérieurs.

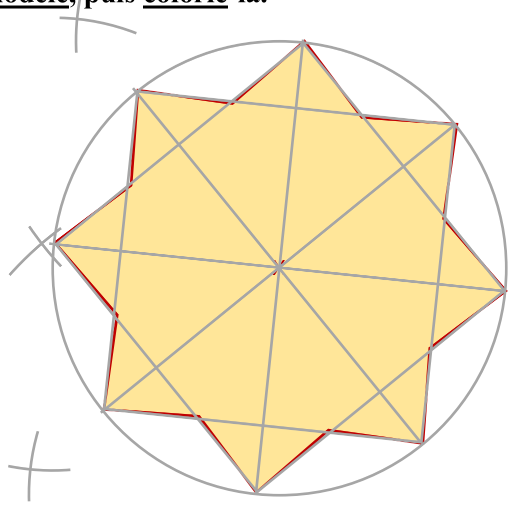
. Pour construire une étoile à **8** branches, on peut diviser le cercle en 8 parts avant d'y construire 2 **carrés**, puis on ne repasse que les côtés extérieurs.

. On peut aussi construire une étoile à **8** branches en commençant par diviser le cercle en 8 parts, puis en reliant chaque sommet au 3ème sommet plus loin, avant de repasser les côtés extérieurs.

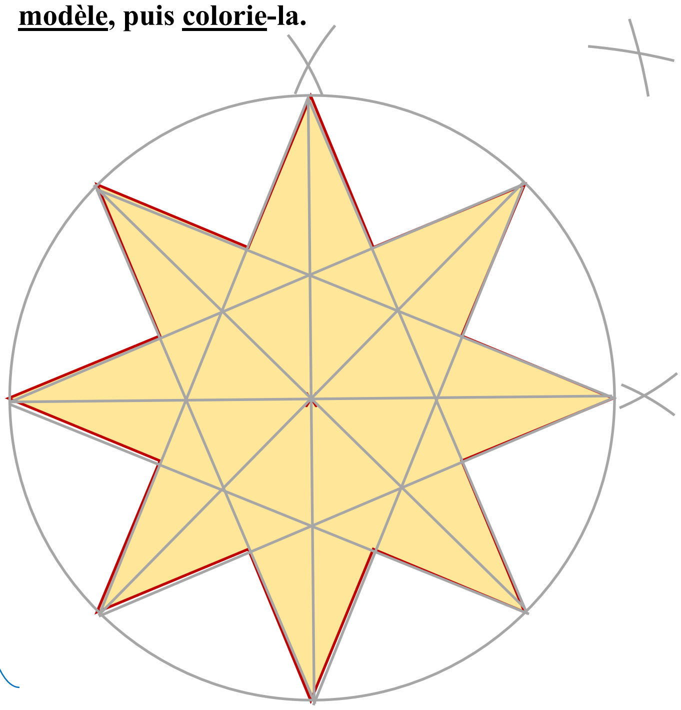
11. Dans un cercle du diamètre de ton choix, construis une <u>étoile à 6 branches</u>, puis <u>colorie</u>-la.



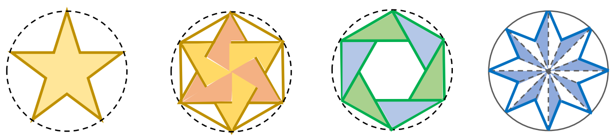
12. Dans un cercle du diamètre de ton choix, construis une <u>étoile à 8 branches</u> selon le <u>1er modèle</u>, puis <u>colorie</u>-la.



13. Dans un cercle du diamètre de ton choix, construis une <u>étoile à 8 branches</u> selon le <u>2nd modèle</u>, puis <u>colorie</u>-la.



14. Observe bien ces figures, réfléchis à la manière la plus simple de les construire, puis, dans un cercle du diamètre de ton choix, réalise celle que tu veux, puis <u>colorie</u>-la.



1 2 3 4

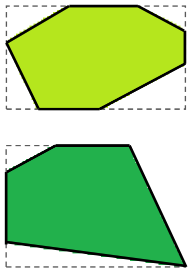
1 : Marquer les sommets d'un pentagone ; relier 1 sommet sur 2 ; repasser sur les bords extérieurs de l'étoile obtenue, et effacer les traits intérieurs. Colorier.

2 : Marquer les sommets d'un hexagone ; former 1 étoile à 6 branches, et tracer les diagonales ; repasser sur les bords comme sur le modèle, colorier selon le modèle.

3 : Marquer les sommets d'un hexagone ; relier les sommets + 1 sommet sur 2 ; repasser sur les traits comme sur le modèle ; colorier selon le modèle.

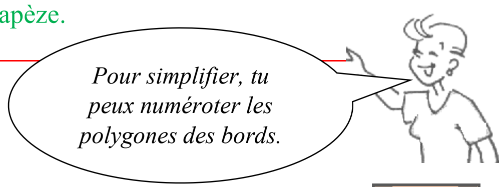
4 : Marquer les sommets d'un octogone ; tracer les diagonales ; former l'étoile à 8 branches du 2ème modèle ; relier au centre les nouveaux points obtenus ; colorier selon le modèle.

19- Les aires des surfaces décomposables



. Lorsqu'un **polygone quelconque** peut s'inscrire **dans** un polygone régulier (carré) ou irrégulier (rectangle, trapèze,…), pour calculer sa surface on soustrait de la surface du polygone (ir)régulier la somme des surfaces des petits polygones (ir)réguliers situés sur les bords.

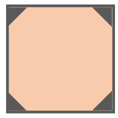
Ex : Pour calculer la surface du champ ci-dessus, qui s'inscrit dans un rectangle, ou celle du petit bois ci-contre, qui s'inscrit dans un trapèze, on additionne les surfaces des triangles puis on soustrait le résultat à la surface du rectangle ou du trapèze.



19a

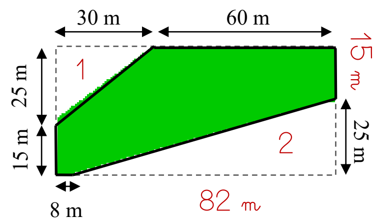
1. Réfléchis bien, puis résous le plus de problèmes possible :

. La place Vendôme, à Paris, est un carré de 1,4 hm de côté, à pans coupés aux 4 angles : chaque angle est un triangle rectangle isocèle dont les côtés égaux mesurent 2 dam. *Calcule, en m^2, la surface de cette place.*



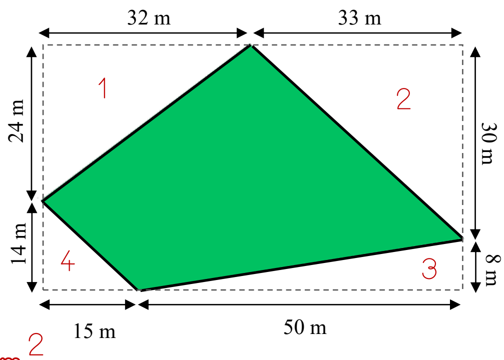
2 de ces triangles forment un carré
Surface des triangles : 2 dam × 2 dam × 2 = 16 dam^2
Surface du grand carré : 14 dam × 14 dam = 196 dam^2
Surface de la place : 196 dam^2 – 16 dam^2 = 180 dam^2

. Après avoir complété sur le schéma les mesures manquantes, calcule la surface de la pépinière représentée ci-contre. 1 : 25 m × 30 m ÷ 2 = 375 m^2



2 : 82 m × 25 m ÷ 2 = 1 025 m^2
Total : 375 m^2 + 1 025 m^2 = 1 400 m^2
Surface du rectangle : 90 m × 40 m = 3 600 m^2
Surface de la pépinière : 3 600 m^2 – 1 400 m^2 = 2 200 m^2

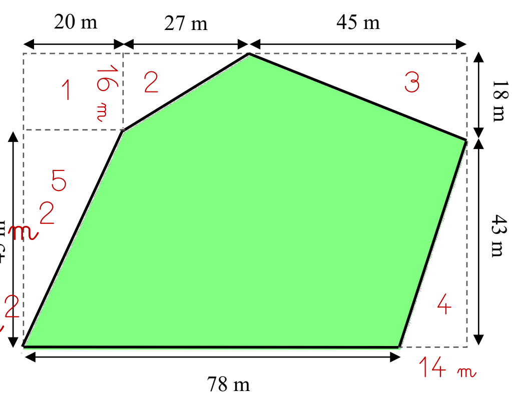
. Calcule la surface du vignoble représenté ci-contre.

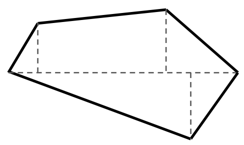


1 : 24 m × 32 m ÷ 2 = 384 m^2
2 : 33 m × 30 m ÷ 2 = 495 m^2
3 : 8 m × 50 m ÷ 2 = 200 m^2
4 : 14 m × 15 m ÷ 2 = 105 m^2
Total : 384 + 495 + 200 + 105 = 1 184 m^2
Rectangle : 65 m × 38 m = 2 470 m^2
Vignoble : 2 470 m^2 – 1 184 m^2 = 1 286 m^2

. Après avoir complété sur le schéma les mesures manquantes, calcule la surface du jardin représenté ci-contre.

1 : 20 m × 16 m = 320 m^2
2 : 27 m × 16 m ÷ 2 = 216 m^2
3 : 45 m × 18 m ÷ 2 = 405 m^2
4 : 43 m × 14 m ÷ 2 = 301 m^2
5 : 45 m × 20 m ÷ 2 = 450 m^2
Total : 320 + 216 + 405 + 301 + 450 = 1692 m^2
Rectangle : 92 m × 61 m = 5 612 m^2
Jardin : 5 612 m^2 – 1 692 m^2 = 3 920 m^2





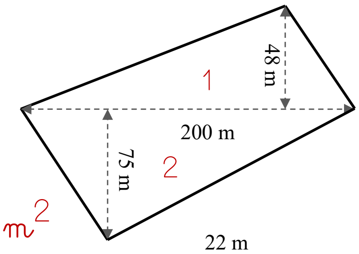
Pour calculer la surface d'un **polygone quelconque**, on peut aussi le découper en plusieurs petits polygones (ir)réguliers (triangles, rectangles, carrés, trapèzes,…).

Après avoir calculé la surface de chacun de ces polygones, on en fait la somme.

Ex : Le polygone ci-contre est composé de 4 triangles rectangles et d'1 trapèze.

19b

2. Réfléchis bien, puis résous le plus de problèmes possible :

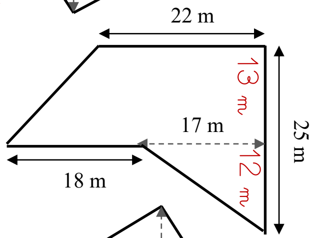


. Calcule la surface de ce terrain.

1 : 48 m × 200 m ÷ 2 = 4 800 m²

2 : 75 m × 200 m ÷ 2 = 7 500 m²

Surface du terrain : 4 800 m² + 7 500 m² = 12 300 m²

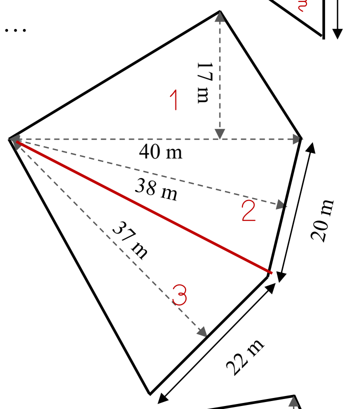


. Calcule la surface du polygone ci-contre, sachant que la base du triangle mesure 12 m.

Triangle : 17 m × 12 m ÷ 2 = 102 m²

Trapèze : (22m + 35m) × 13 m ÷ 2 = 370,5 m²

Total : 102 m² + 370,5 m² = 472,5 m²



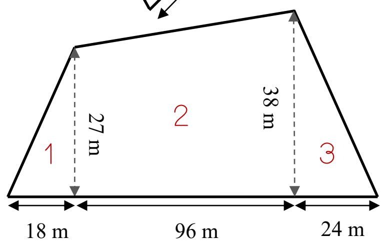
. Réfléchis bien, puis calcule la surface de ce pentagone d'après les indications.

1 : 17 m × 40 m ÷ 2 = 340 m²

2 : 38 m × 20 m ÷ 2 = 380 m²

2 : 37 m × 22 m ÷ 2 = 407 m²

Pentagone : 340 m² + 380 m² + 407 m² = 1 127 m²



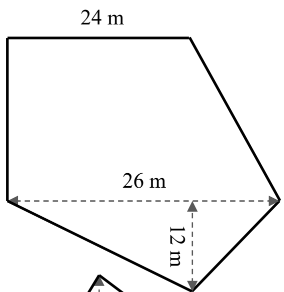
. Calcule la surface de ce terrain d'après les indications.

1 : 27 m × 18 m ÷ 2 = 243 m²

2 : (27 m + 38m) × 96 m ÷ 2 = 192 m²

3 : 38 m × 24 m ÷ 2 = 456 m²

Terrain : 243 m² + 192 m² + 456 m² = 891 m²



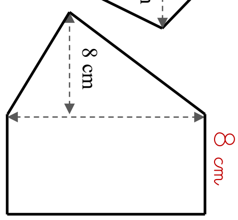
. Sachant que la surface de ce polygone en entier vaut 4 fois la surface du triangle qui le compose, calcule la surface du trapèze rectangle qui en constitue l'autre partie, puis la hauteur de ce dernier.

Triangle : 26 m × 12 m ÷ 2 = 156 m²

Polygone : 156 m² × 4 = 624 m²

Trapèze : 624 m² − 156 m² (ou 156×3) = 468 m²

Hauteur : 468 m² × 2 ÷ (24m + 26m) = 18,72 m



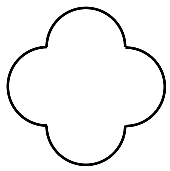
. La hauteur du triangle qui compose ce polygone étant égale à la largeur du rectangle, que représente la surface du triangle par rapport à celle du rectangle ? Par rapport à celle du polygone ? Sachant que la surface de ce dernier mesure 180 cm², calcule la surface du rectangle et sa longueur.

Triangle = ½ rectangle = 1/3 du polygone

Triangle : 180 cm² ÷ 3 = 60 cm²

Rectangle : 60 cm² × 2 (ou 180-60) = 120 cm²

Longueur du rectangle : 120 cm² ÷ 8 cm = 15 cm

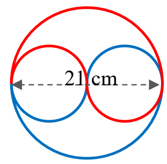


Quand il s'agit de calculer le périmètre ou la surface d'une figure qui comprend des demi-cercles de mêmes dimensions, il ne faut pas oublier que **2 demi-cercles** font **1 cercle**, ce qui simplifie beaucoup les calculs. De même, il faut penser que 2 triangles rectangles isocèles de mêmes dimensions forment ensemble un carré.

19c

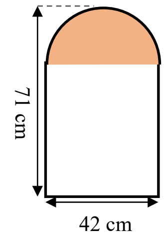
3. Réfléchis bien, puis résous le plus de problèmes possible :

. Calcule le périmètre du grand cercle, puis celui d'un petit cercle. Que remarques-tu ? Explique alors comment calculer de la manière la plus simple possible le périmètre de la figure rouge.



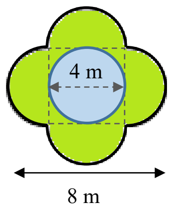
Grand cercle : 21 cm × 22/7 = 66 cm²
Petit cercle : 10,5 cm × 22/7 = 33 cm²
La figure rouge correspond à un grand cercle entier

. Calcule la surface de la face visible de cette borne kilométrique.



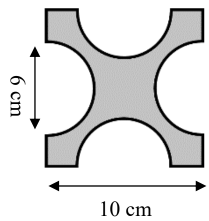
Demi-cercle : 42 cm × 22/7 ÷ 2 = 66 cm²
Rectangle : 42 cm × (71 cm – 21 cm) = 2 100 cm²
Borne : 66 cm² + 2 100 cm² = 2 166 cm²

. Calcule de la manière la plus simple possible la surface de la pelouse ci-contre.



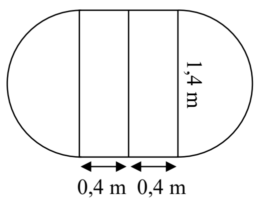
Carré central : 4 m × 4 m = 16 m²
2 cercles – 1 cercle : 2 m × 2 m × 3,14 = 12,56 m²
Pelouse : 16 m² + 12,56 m² = 28,56 m²

. Calcule de la manière la plus simple possible la surface de cette découpe.



Carré de départ : 10 cm × 10 cm = 100 cm²
2 cercles : 3 cm × 3 cm × 3,14 × 2 = 56,52 cm²
Découpe : 100 cm² – 56,52 cm² = 43,48 cm²

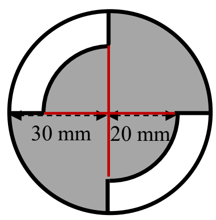
. Calcule le plus simplement possible le périmètre puis la surface de cette table de salle à manger.



P cercle : 4,4 m	A cercle : 1,54 m²
P rallonges : 1,6 m	A rallonges : 1,12 m²
P table : 6 m	A table : 2,66 m²

. L'obturateur d'un appareil photo est un disque évidé suivant le dessin ci-contre.

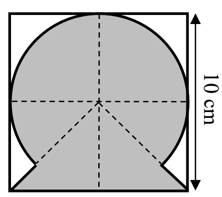
Calcule de la manière la plus simple possible la surface totale de cet obturateur (partie grise).



½ grand cercle : 30 mm × 30 mm × 3,14 ÷ 2 = 1 413 mm²
½ petit cercle : 20 mm × 20mm × 3,14 ÷ 2 = 628 mm²
Total partie grise : 1 413 mm² + 628 mm² = 2 041 mm²

. Observe cette pièce : de quelles figures est-elle composée ? Quelle fraction du cercle a-t-on ici ?

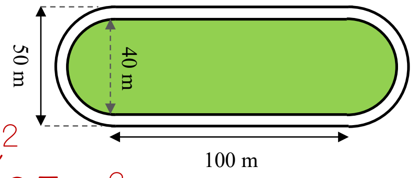
Calcule la surface de la pièce découpée, puis celle de la partie inutilisée.



¾ de cercle : 5 cm × 5 cm × 3,14 × 3 ÷ 4 = 58,875 cm²
Triangle = 1 petit carré = 5 cm × 5 cm = 25 cm²
Pièce : 58,875 cm² + 25 cm² = 83,875 cm²
(Grand carré : 10 cm × 10 cm = 100 cm²)
Partie inutilisée : 100 cm² – 83,875 cm² = 16,125 cm²

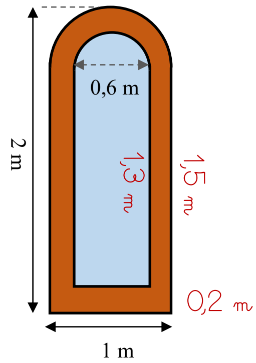
4. Réfléchis bien, puis résous le plus de problèmes possible :

. Calcule la surface de la piste de ce terrain de sport.



Cercle intérieur : 20m × 20m × 3,14 = 1 256 m²
Rectangle intérieur : 100m × 40m = 4 000 m²
Total pelouse : 1 256 m² + 4 000 m² = 5 256 m²
Cercle extérieur : 25 m × 25 m × 3,14 = 1 962,5 m²
Rectangle extérieur : 100 m × 50 m = 5 000 m²
Total terrain : 1 962,5 m² + 5 000 m² = 6 962,5 m²
Piste : 6 962,5 m² – 5 256 m² = 1 706,5 m²

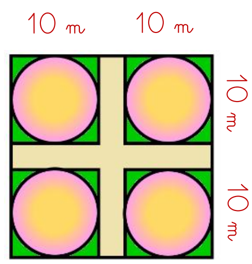
. Complète les mesures manquantes, puis calcule la surface de la partie en bois de cette porte vitrée.



½ cercle intérieur : 30 cm × 30 cm × 3,14 ÷ 2 = 1 413 cm²
Hauteur intérieure : 200 cm – (50 cm + 20 cm) = 130 cm
Rectangle intérieur : 130 cm × 60 cm = 7 800 cm²
Total vitre : 1 413 m² + 7 800 m² = 9 213 m²
½ cercle extérieur : 50cm × 50 cm × 3,14 ÷ 2 = 3 925 cm²
Rectangle extérieur : 150 cm × 100 cm = 15 000 cm²
Total porte : 3 925 m² + 15 000 m² = 18 925 m²
Partie en bois : 18 925 m² – 9 213 m² = 9 712 m²

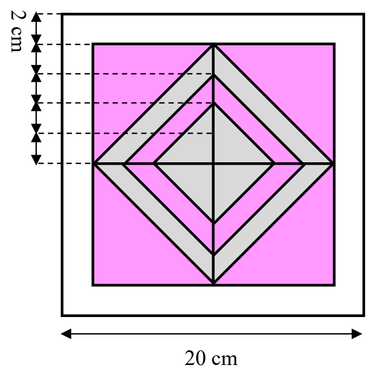
. Chargé d'aménager un terrain de forme carrée de 23 m de côté, un jardinier paysagiste y fait tracer 2 allées centrales et perpendiculaires de 3 m de largeur. Dans chacune des parcelles ainsi délimitées, il fait établir un parterre de fleurs circulaire d'une superficie la plus grande possible.

Calcule la surface des allées, et celle du terrain qu'il restera à semer en pelouse.



Terrain : 23 m × 23 m = 529 m²
Petits carrés : 10 m × 10 m × 4 = 400 m²
Allées : 529 m² – 400 m² = 129 m²
Parterres : 5 m × 5 m × 3,14 × 4 = 314 m²
Terrain à semer : 400 m² – 314 m² = 86 m²

. Sachant que tous les intervalles sont égaux, calcule la surface de la bande blanche, celle de la partie grise, puis celle de la partie rose de ce carreau.



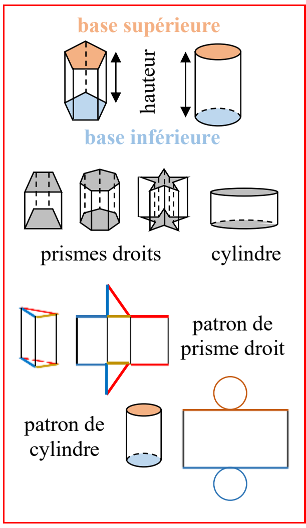
Grand carré : 20 cm × 20 cm = 400 cm²
Grand carré rose : 16 cm × 16 cm = 256 cm²
Bande blanche : 1 cm² – 72 cm² = 56 cm²
Petit carré gris : 4 cm × 4 cm × 2 = 32 cm²
Petit carré rose : 6 cm × 6 cm × 2 = 72 cm²
Bande rose : 72 cm² – 32 cm² = 40 cm²
Grand carré gris : 8 cm × 8 cm × 2 = 128 cm²
Bande grise : 128 cm² – 72 cm² = 56 cm²
Partie grise : 56 cm² + 32 cm² = 88 cm²
Triangles roses : 8 cm × 8 cm × 2 = 128 cm²
Partie rose : 128 cm² + 40 cm² = 168 cm²

19d

20- Les prismes et les cylindres

Aire du prisme droit et du **cylindre** :
aire de la base **x 2**
+ périmètre de la base **x h**

20a



Le prisme droit et le cylindre sont des solides limités par **2 bases parallèles identiques**. La distance qui sépare les deux bases s'appelle la **hauteur**.

. Les bases du **PRISME DROIT** sont des **polygones** (triangles, trapèzes, pentagones,…) ; ses faces latérales, aussi nombreuses que ses bases ont de côtés, sont des rectangles.

. Les bases du **CYLINDRE** sont des **disques** ; le cylindre n'a qu'une face latérale, courbe, qui a la forme d'un rectangle si on l'étale.

Pour calculer la surface **latérale** (la surface des côtés) d'un prisme droit ou d'un cylindre, on **multiplie** le **périmètre de sa base** par sa **hauteur**.

Pour calculer sa surface **totale**, il faut **ajouter** la **surface** des **2 bases**.

1. Sur une feuille blanche, <u>réalise et assemble les patrons des solides demandés ci-dessous</u>, puis <u>calcule</u> la <u>surface</u> de papier que tu as utilisée pour chaque patron (sans compter les languettes)

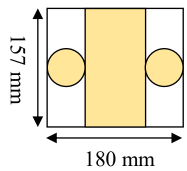
. Un **prisme** haut de 5 cm dont la base sera un **trapèze rectangle** (B = 3,5 cm, b = 2 cm, h = 2 cm ; dernier côté : 2,5 cm).
Surface latérale : (3,5 cm + 2 cm + 2 cm + 2,5 cm) × 5 cm = 50 cm²
Surface totale : (3,5 cm + 2 cm) × 2 cm ÷ 2 × 2 + 50 cm² = 61 cm²

. Un **cylindre** dont la base aura 7 cm de diamètre, et la hauteur sera 4 cm.
Surface latérale : (7 cm × 22/7) × 4 cm = 88 cm²
Surface totale : (3,5 cm × 3,5 cm × 22/7) × 2 + 88 cm² = 165 cm²

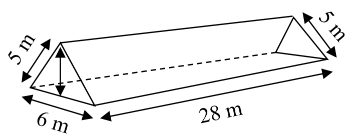
2. Réfléchis bien, puis résous le plus de problèmes possible :

. Quelle est la surface latérale d'une souche haute de 10 cm et dont la base a une circonférence de 314 cm ? Quel est le rayon de sa base ? Surface latérale : 314 cm × 10 cm = 3 140 cm²
Rayon de la base : (314 cm ÷ 3,14) ÷ 2 = 50 cm

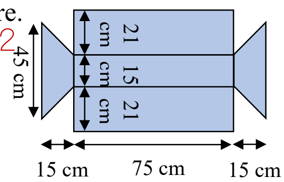
. Calcule le diamètre puis la hauteur du rouleau que l'on pourra former avec le patron ci-contre.
Diamètre des cercles : 157 mm ÷ 3,14 = 50 mm
Hauteur du rouleau : 180 mm – (50 mm × 2) = 80 mm



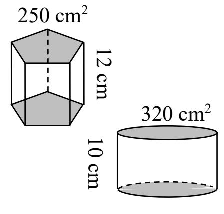
. Calcule la surface totale de cet abri, sachant que la hauteur de l'entrée mesure 4 m.
Surface latérale : (6m + 5m + 5m) × 28 m = 448 m²
Surface totale : 6m × 4m ÷ 2 × 2 + 448 m = 472 m²



. Calcule la surface de tôle nécessaire pour fabriquer l'auge dont le patron est représenté ci-contre.
Surface latérale : (21cm + 15cm + 21cm) × 75 m = 4 275 cm²
Surface des trapèzes : 45 cm × 15 cm ÷ 2 × 2 = 675 cm²
Surface de tôle : 4 275 cm² + 675 cm² = 4 950 cm²



Volume
d'un prisme et d'un cylindre :
aire de la **base x hauteur**



Pour calculer le **volume** d'un prisme droit ou d'un cylindre, on multiplie la surface de sa base par sa hauteur.

Ex : Le prisme représenté ci-contre a un volume de 250 cm^2 x 12 cm = 3 000 cm^3 = 3 dm^3.
le volume du cylindre représenté est 320 cm^2 x 10 cm = 3 200 cm^3 = 3,2 dm^3.

20b

3. Réfléchis bien, puis résous le plus de problèmes possible :

. Calcule le volume d'un prisme dont la base mesure 25 cm^2 et la hauteur 12 cm.

Volume : 25 cm^2 × 12 cm = 300 cm^3

. Calcule le volume d'un cylindre dont la base mesure 314 dm^2 et la hauteur 10 cm.

Volume : 31 400 cm^2 × 10 cm = 314 000 cm^3

. Une cuve à vin cylindrique a 1,40 m de rayon et 2 m de haut. *Quelle est sa capacité en m^3 ?*

Surface de la base : 1,4 m × 1,4 m × 22/7 = 6,16 m^2
Capacité de la cuve : 6,16 m^2 × 2 m = 12,32 m^3

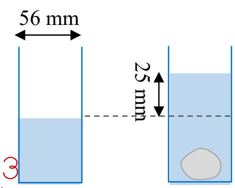
. Un porte-couteau en verre a la forme d'un prisme de 6 cm de longueur. Sa section est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent chacun 20 mm. *Quel est le volume de ce porte-couteau ?*

Surface d'un triangle : 2 cm × 2 cm ÷ 2 = 2 cm^2
Volume du porte-couteau : 2 cm^2 × 6 cm = 12 cm^3

. Un réservoir d'eau a 1 m de haut et 0,70 m de diamètre. *Exprime, en hectolitres, sa capacité.*

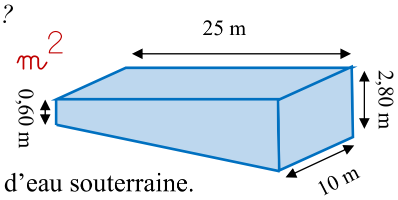
Surface du réservoir : 0,35 m × 0,35 m × 22/7 = 0,385 m^2
Volume du réservoir : 0,385 m^2 × 1 m = 0,385 m^3 = 3,85 hl

. Pour calculer le volume d'une pierre, Joseph prend un verre de forme cylindrique dans lequel il fait couler un peu d'eau ; après avoir fait une marque sur le verre, il y plonge la pierre.
Calcule avec lui le volume de cette pierre.



Surface du verre : 28 mm × 28 mm × 22/7 = 2 464 mm^2
Volume de la pierre : 2 464 mm^2 × 25 mm = 61 600 m^3

. Une commune veut construire une piscine scolaire dont les dimensions figurent sur le plan-ci-contre.
Quel volume d'eau cette piscine pourrait-elle contenir si on la remplissait à ras-bord ?



Surface latérale : (2,8 m + 0,6 m) × 25 m ÷ 2 = 42,5 m^2
Volume d'eau : 42,5 m^2 × 10 m = 425 m^3

. On creuse un puits de 2 m de diamètre. A une profondeur de 4 m, on atteint la nappe d'eau souterraine.
Quel volume de terre a-t-on enlevé à ce moment ?
On continue de creuser de sorte que l'eau remplisse le fond de ce puits sur une hauteur de 2 m.
Combien d'hectolitres d'eau remplissent alors ce puits ?

Surface du puits : 1 m × 1 m × 3,14 = 3,14 m^2
Volume de terre enlevé : 3,14 m^2 × 4 m = 12,56 m^3
Volume d'eau : 3,14 m^2 × 2 m = 6,28 m^3 = 62,8 hectolitres

Pour **calculer une dimension** (hauteur ou surface de la base) d'un prisme droit ou d'un cylindre quand on en connaît le volume, on divise le volume par l'autre dimension connue.

b = v ÷ **h**
h = v ÷ **b**

4. Réfléchis bien, puis résous le plus de problèmes possible :

. Un bassin circulaire de 2 m de profondeur peut contenir 18 m^3 d'eau. *Quelle est la surface de sa base ?*

Surface du bassin : 18 m^3 ÷ 2 m = 9 m^2

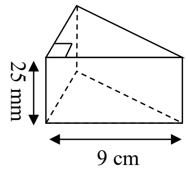
. Un prisme a un volume de 200 cm^3. Sa hauteur est 25 cm. *Quelle est la surface de sa base ?*

Surface du prisme : 200 cm^3 ÷ 25 cm = 8 cm^2

. Un bassin cylindrique contient 4 800 litres d'eau. La surface de sa base est 4 m^2. *Quelle est la hauteur de l'eau ?*

Hauteur de l'eau : 4,8 m^3 ÷ 4 m^2 = 1,2 m

. Sachant que le prisme ci-contre a un volume de 90 cm^3, calcule la surface de sa base puis la longueur du petit côté de l'angle droit.



Surface de la base : 90 000 mm^3 ÷ 25 mm = 3 600 mm^2
Longueur du côté : 36 cm^2 × 2 ÷ 9 cm = 8 cm

. M. Duvin veut faire fabriquer un tonneau pouvant contenir 78,5 litres et ayant 62,5 cm de hauteur. *Quel doit donc être le rayon de ce tonneau ?*

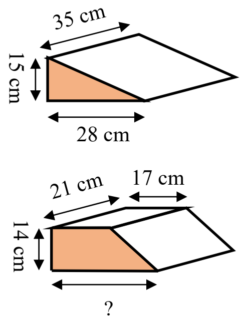
Surface du tonneau : 78 500 cm^3 ÷ 62,5 cm = 1 256 cm^2
Rayon du tonneau : 1 256 cm^2 ÷ 3,14 = 400 soit un rayon de 20 cm.

20c

. Antoine a calculé que le volume de sa règle en bois est 24 cm^3. La base de ce prisme est un trapèze isocèle dont la grande base mesure 3 cm, la petite 0,01 m et la hauteur 0,4 cm. *Calcule la longueur de cette règle.*

Surface du trapèze : (3 cm + 1 cm) × 0,4 cm ÷ 2 = 0,8 cm^2
Longueur de la règle : 24 cm^3 ÷ 0,8 cm^2 = 30 cm

. Sachant que le volume des deux prismes droits ci-contre est identique, calcule la grande base du trapèze qui constitue la base du second prisme.



Surface du triangle : 15 cm × 28 cm ÷ 2 = 210 cm^2
Volume des prismes : 210 cm^2 × 35 cm = 7 350 cm^3
Surface du trapèze : 7 350 cm^3 ÷ 21 cm = 350 cm^2
Somme des bases : 350 cm^2 × 2 ÷ 14 cm = 50 cm
Grande base : 50 cm − 17 cm = 33 cm

. Une citerne de forme rectangulaire a 6,28 m de long, 5 m de large et 2 m de profondeur. La citerne étant vide, on la remplit d'eau avec des seaux cylindriques dont la base a 0,1 m de rayon et qu'on peut remplir à hauteur de 0,25 m. *Combien devra-t-on verser de seaux d'eau dans la citerne ?*

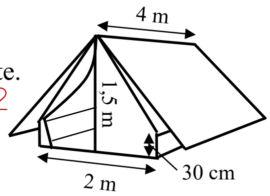
Surface de la citerne : 6,28 m × 5 m = 31,4 m^2
Volume de la citerne : 31,4 m^2 × 2 m = 62,8 m^3
Surface d'un seau : 10 cm × 10 cm × 3,14 = 314 cm^2
Volume d'un seau : 314 cm^2 × 25 cm = 7 850 cm^3 = 7,85 dm^3
Nombre de seaux à verser : 62 800 dm^3 ÷ 7,85 m^3 = 8 000 seaux

Certains prismes ou solides de nature cylindrique sont plus complexes. Pour calculer ces volumes, il faut considérer que leurs bases (appelées **sections**) sont des figures décomposables (cf ch 19) ou des secteurs (cf fiche 17b).

20d

5. Réfléchis bien, puis résous le plus de problèmes possible :

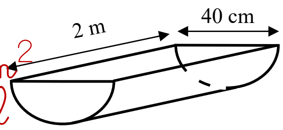
. Réfléchis bien, puis calcule le plus simplement possible le volume intérieur de cette tente scoute.



Surface latérale : (1,5 m + 0,3 m) × 1 m ÷ 2 × 2 = 1,8 m^2

Volume : 1,8 m^2 × 4 m = 7,2 m^3

. Calcule le plus simplement possible la contenance en litres de cet abreuvoir semi-cylindrique.



Surface latérale : 20 cm × 20 cm × 3,14 ÷ 2 = 628 cm^2

Volume : 628 cm^2 × 200 cm = 125 600 cm^3 = 125,6 ℓ

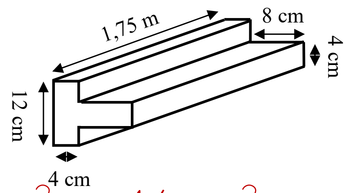
. Maman a découpé en 8 parts un gâteau de 14 cm de rayon et 5 cm de hauteur. *Quel est le volume de chaque part ?*

Surface du gâteau : 14 cm × 14 cm × 22/7 = 616 cm^2

Volume du gâteau : 616 cm^2 × 5 cm = 3 080 cm^3

Volume d'une part : 3 080 cm^3 ÷ 8 = 385 cm^3

. Réfléchis bien, puis calcule le plus simplement possible le volume de cette barre de fer.



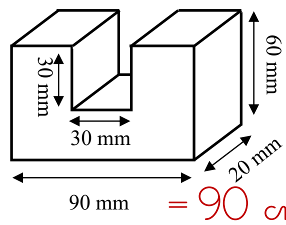
Rectangle vertical : 12 cm × 4 cm = 48 cm^2

Rectangle horizontal : 8 cm × 4 cm = 32 cm^2

Surface latérale : 48 cm^2 + 32 cm^2 = 80 cm^2

Volume de la barre : 175 cm × 80 cm^2 = 14 000 cm^3 = 14 dm^3

. Réfléchis bien, puis calcule le plus simplement possible le volume de cette pièce d'usine.



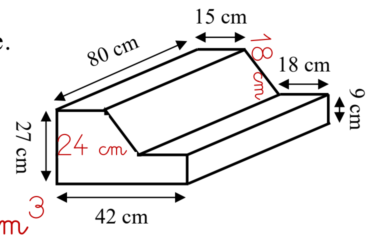
Rectangle latéral : 60 mm × 90 mm = 5 400 mm^2

Carré vide : 30 mm × 30 mm = 900 mm^2

Surface latérale : 5 400 mm^2 – 900 mm^2 = 4 500 mm^2

Volume de la pièce : 4 500 mm^2 × 20 mm = 90 000 mm^3 = 90 cm^3

. Réfléchis bien, puis calcule le plus simplement possible le volume de cette pierre de taille.



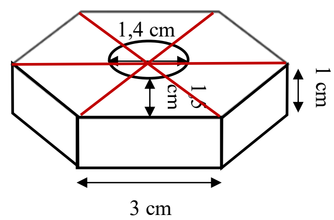
Rectangle latéral : 42 cm × 9 cm = 378 cm^2

Trapèze latéral : (15 cm + 24 cm) × 18 cm ÷ 2 = 351 cm^2

Surface latérale : 378 cm^2 + 351 cm^2 = 729 cm^2

Volume de la pierre : 729 cm^2 × 80 cm = 58 320 cm^3

. Réfléchis bien, puis calcule le plus simplement possible le volume de cet écrou.



Hauteur d'un triangle : 1,5 cm + (1,4 cm ÷ 2) = 2,2 cm

Surface d'un triangle : 2,2 cm × 3 cm ÷ 2 = 3,3 cm^2

Surface de l'hexagone : 3,3 cm^2 × 6 = 19,8 cm^2

Surface du trou : 0,7 × 0,7 × 22/7 = 1,54 cm^2

Surface de l'écrou : 19,8 cm^2 – 1,54 cm^2 = 18,26 cm^2

Volume de l'écrou : 18,26 cm^2 × 1 cm = 18,26 cm^3